Eigenschaften von Gruppen

Theorem: *In Jeder Gruppe* $(G, \circ, e)$ *gilt*

i) *Jedes linksneutrale Element* e *ist auch rechtsneutral, dass heisst, es gilt* $\forall a \in G : a \circ e = a$. *Wir nennen* e *darum kurz neutrales Element von* G.

ii) *Jedes zu* $a \in G$ *linksinverse Element* a' *ist auch rechtsinverse, dass heisst, es gilt* $a \circ a' = e$. *Wir nennen* a' *darum kurz inverses Element zu* a.

iii) *Das neutrale Element von* G *ist eindeutig bestimmt.*

iv) *Zu jedem* $a \in G$ *ist das inverse Element eindeutig bestimmt. Wir bezeichnen es mit* a^{-1}.

v) $\forall a \in G : \left(a^{-1}\right)^{-1} = a$.

vi) $\forall a, b \in G : (a \circ b)^{-1} = b^{-1} \circ a^{-1}$.

vii) $\forall a, b \in G \exists ! x \in G : a \circ x = b$

viii) $\forall a, b \in G \exists ! y \in G : y \circ a = b$

ix) $\forall a, b, c \in G : b = c \iff a \circ b = a \circ c$

x) $\forall a, b, c \in G : b = c \iff b \circ a = c \circ a$