

Serie 1: Logik und Mengenlehre

1. a) Zeigen Sie, dass das relative Komplement eine *Involution* ist, d.h. für jede Menge $P \subset X$ gilt $(P^c)^c = P$.

b) Zeigen Sie die De Morganschen Regeln:

- Seien A, B Aussagen. Zeigen Sie

$$\neg(A \wedge B) \iff (\neg A) \vee (\neg B)$$

$$\neg(A \vee B) \iff (\neg A) \wedge (\neg B)$$

- Seien P, Q Teilmengen einer Menge X . Zeigen Sie

$$(P \cap Q)^c = P^c \cup Q^c$$

$$(P \cup Q)^c = P^c \cap Q^c$$

c) Zeigen Sie die folgenden Distributivgesetze:

- Seien A, B, C Aussagen. Zeigen Sie

$$(A \vee B) \wedge C \iff (A \wedge C) \vee (B \wedge C)$$

$$(A \wedge B) \vee C \iff (A \vee C) \wedge (B \vee C)$$

- Seien P, Q, R Mengen. Zeigen Sie

$$(P \cup Q) \cap R = (P \cap R) \cup (Q \cap R)$$

$$(P \cap Q) \cup R = (P \cup R) \cap (Q \cup R)$$

♡2. Sei \downarrow die logische Operation gegeben durch die Wahrheitstabelle in Tabelle 1. Zeigen Sie, dass \downarrow die Boolesche Algebra erzeugt, d.h. beweisen Sie, dass sich die Operationen \neg , \wedge und \vee durch Iterationen von \downarrow ausdrücken lassen.

Hinweis: Bestimmen Sie die Wahrheitstabelle von $A \downarrow A$.

A	B	$A \downarrow B$
w	w	f
w	f	f
f	w	f
f	f	w

Tabelle 1: Wahrheitstabelle der Operation \downarrow .

3. Seien P, Q Teilmengen einer Menge X . Beweisen Sie die folgenden Aussagen

a) $P \cap Q = P \iff P \subset Q$

b) $P \cup (Q \cap P) = P$

$P \cap (Q \cup P) = P$

4. Versuchen Sie, in einem Venn-Diagramm die folgenden Mengen zu beschreiben:

$$A = \{n \in \mathbb{Z} \mid n \text{ ist durch } 2 \text{ teilbar}\}$$

$$B = \{n \in \mathbb{Z} \mid n \text{ ist durch } 3 \text{ teilbar}\}$$

$$C = \{n \in \mathbb{Z} \mid n \text{ ist durch } 5 \text{ teilbar}\}$$

$$D = \{n \in \mathbb{Z} \mid n \text{ ist durch } 7 \text{ teilbar}\}$$

Was läuft bei einem naiven Versuch schief?

5. Seien A, B, C Mengen mit $A \neq B$. Angenommen es sei

$$A \times C = B \times C$$

Beweisen Sie, dass $C = \emptyset$.

6. Online-Abgabe

1. Ist die folgende Aussage wahr oder falsch?

$$(P \setminus Q)^c = Q \setminus P$$

(a) Wahr.

(b) Falsch.

Siehe nächstes Blatt!

2. Ist die folgende Aussage wahr oder falsch?

$$\mathcal{P}(\{\}) = \mathcal{P}(\mathcal{P}(\{\}))$$

- (a) Wahr.
- (b) Falsch.

3. Ist die folgende Aussage wahr oder falsch?

$$\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid xy > 0\} \subset \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x + y > 0\}$$

- (a) Wahr.
- (b) Falsch.

4. Ist die folgende Aussage wahr oder falsch?

$$P \setminus (Q \setminus R) = (P \cup R) \setminus Q$$

- (a) Wahr.
- (b) Falsch.

5. Ist die folgende Aussage wahr oder falsch?

$$P \setminus (Q \setminus R) = (P \setminus Q) \cup R$$

- (a) Wahr.
- (b) Falsch.

Bitte wenden!

6. Ist die folgende Aussage wahr oder falsch?

$$P \setminus (Q \setminus R) = (P \setminus Q) \cup (Q \cap R)$$

- (a) Wahr.
- (b) Falsch.

7. Ist die folgende Aussage wahr oder falsch?

$$P \setminus (Q \setminus R) = (P \setminus Q) \cup (P \cap Q \cap R)$$

- (a) Wahr.
- (b) Falsch.

Abgabe der schriftlichen Aufgaben: Vor Donnerstag, den 28. September 11:00 Uhr vormittags in einem der entsprechend gekennzeichneten Fächer im HG J 68.

Siehe nächstes Blatt!

Allgemeine Informationen

Einschreibung in die Übungsgruppen: Die Einschreibung in die Übungsgruppen erfolgt online. Alle unter <http://www.mystudies.ethz.ch> für die Vorlesung eingeschriebenen Studenten können sich auf <https://echo.ethz.ch/> für die Übungsgruppen anmelden.

Serien: Die Serien müssen sauber und ordentlich auf DIN A4-Blättern verfasst werden. Beginnen Sie jede Aufgabe auf einem separaten Blatt. Zusätzlich gibt es **Multiple-Choice-Fragen**, die online unter <https://echo.ethz.ch/> zu beantworten sind.

Musterlösungen: Für jede Serie erhalten Sie nach dem Verstreichen des Abgabetermins Musterlösungen zu ausgewählten Aufgaben. Bitte arbeiten Sie diese sorgfältig durch und vergleichen Sie sie mit Ihrer eigenen Lösung. Dabei auftretende Fragen können Sie im Rahmen des StudyCenters oder in den Übungsstunden stellen.

StudyCenter: Ab der zweiten Semesterwoche wird begleitend zu den regulären Übungen ein StudyCenter angeboten. Es werden ausschliesslich Inhalte der Vorlesungen Analysis I, Lineare Algebra I und Physik I für die Studiengänge Mathematik und Physik behandelt.

Mensa: Montag/Freitag 15 - 17.30, Betreuung ab 15.30

HG E 41: Freitag 10 - 15, Betreuung ab 10.15

Koordinator: Manuel Luethi, manuel.luethi@math.ethz.ch

Vorlesungshomepage: <https://tinyurl.com/yapl75gr>