

Serie 11

Aufgabe 1

Bestimmen Sie den Konvergenzbereich folgender Potenzreihen.

$$(a) \sum_{n=1}^{\infty} n(x+2)^n$$

$$(b) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{n+1}{n!} x^n$$

$$(c) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n} x^n$$

$$(d) \sum_{n=0}^{\infty} \left(-\frac{x-1}{5} \right)^n$$

$$(e) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n \ln(n)}{n!} x^n$$

Aufgabe 2

Bestimmen Sie die Taylor-Reihe folgender Funktionen um den angegebenen Entwicklungspunkt x_0 .

$$(a) f(x) = \sin(x) \quad \text{um } x_0 = 0$$

$$(b) f(x) = \cos(x) \quad \text{um } x_0 = 0$$

$$(c) f(x) = e^{-x} \quad \text{um } x_0 = 0$$

$$(d) f(x) = \frac{1}{1-x} \quad \text{um } x_0 = 0$$

$$(e) f(x) = \ln(1+x) \quad \text{um } x_0 = 0$$

$$(f) f(x) = \frac{1}{x^2} - \frac{2}{x} \quad \text{um } x_0 = 1$$

Aufgabe 3

Es sei

$$f(x) = \sqrt[3]{x}.$$

Man berechne das Taylor-Polynom dritten Grades der Funktion f um den Entwicklungspunkt $x_0 = 1$. Verwenden Sie das gefundene Ergebnis, um die Zahl $\sqrt[3]{0.7}$ näherungsweise zu berechnen. Welche Genauigkeit besitzt diese Approximation?

Aufgabe 4

Die Funktion

$$f(x) = xe^{-x}$$

soll in der Umgebung des Nullpunktes $x_0 = 0$ durch Polynome von Grad 1, 2 und 3 angenähert werden. Bestimmen Sie diese drei Näherungsfunktionen mithilfe der Taylor-Reihen-Entwicklung und skizzieren Sie den Graphen der drei Näherungsfunktionen sowie der Funktion f selbst. Was beobachten Sie?

Abgabe der schriftlichen Aufgaben

Dienstag, den **11.12.2018** / Mittwoch, den **12.12.2018** in den Übungsstunden und ausserhalb der Zeiten in den Fächern im HG E 66.1.