Serie 14 (Ferienserie)

Aufgabe 1

Es seien die drei Matrizen

$$A = \begin{pmatrix} 5 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 2 & 4 & -3 \end{pmatrix} \qquad C = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 4 & 3 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$$

gegeben. Berechnen Sie alle möglichen Produkte mit je zwei dieser Matrizen.

Aufgabe 2

Sei

$$A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$$

eine (2,2)-Matrix mit Determinante ungleich null, also $\det(A) \neq 0$. Wir definieren die Matrix

$$B = \frac{1}{\det(A)} \begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix}.$$

Zeigen Sie, dass $BA = AB = E_2$ gilt, wobei $E_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ die (zweireihige) Einheitsmatrix bezeichnet.
Bemerkung: Später werden wir eine Matrix B mit dieser Eigenschaft die zu A inverse Matrix nennen.

Aufgabe 3

Es seien

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 3 \end{pmatrix} \qquad \text{und} \qquad B = \begin{pmatrix} 2 & -2 & -1 \\ -1 & 0 & 2 \\ -1 & 3 & 3 \end{pmatrix}.$$

Berechnen Sie die Determinante der folgenden Matrizen.

a) A

b) B

c) AB

d) $A + B$

e) $(A + B)^2$

f) $AB - BA$

Aufgabe 4

a) Es sei $a \in \mathbb{R}$ und

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & 1 \\ 1 & 1 & a \end{pmatrix}.$$

Berechnen Sie $\det(A)$. Für welche Werte von a ist $\det(A) = 1$?

b) Es sei $\lambda \in \mathbb{C}$ und

$$B_\lambda = \begin{pmatrix} 3-\lambda & 1 & 2 \\ 1 & 3-\lambda & -1 \\ 2 & -1 & 3-\lambda \end{pmatrix}.$$

Berechnen Sie $\det(B_\lambda)$. Für welche Werte von λ gilt $\det(B_\lambda) = 0$?

Abgabe der schriftlichen Aufgaben

keine Abgabe dieser Serie