

## Serie 6

### Aufgabe 1

Bestimmen Sie folgende Grenzwerte.

$$(a) \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\cos\left(\frac{x}{2}\right)}{x - \pi}$$

$$(b) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2e^{2x} - 4e^x + 2}{3x^2}$$

$$(c) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(\pi x)}{\pi x - 1}$$

$$(d) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(x+1) \ln(x)}{x^2}$$

$$(e) \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} (\tan x)^{\tan(2x)}$$

### Aufgabe 2

(a) Die Funktion  $f$  sei definiert durch

$$f(x) = \begin{cases} \frac{b \sin(x)}{\pi^3 - x^3} & \text{für } x \neq \pi \\ \frac{1}{\pi^2} & \text{für } x = \pi. \end{cases}$$

Bestimmen Sie  $b \in \mathbb{R}$  so, dass  $f$  auf ganz  $\mathbb{R}$  stetig ist.

(b) Entscheiden Sie, ob die Funktion  $f$  mit

$$f(x) = \begin{cases} x \ln(x) & \text{für } x > 0, \\ 0 & \text{für } x \leq 0. \end{cases}$$

im Punkt  $x_0 = 0$  stetig ist.

### Aufgabe 3

Man betrachte die Funktion  $f$  mit Definitionsbereich  $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$  gegeben durch die Vorschrift  $f(t) = \left| t^2 - \frac{1}{t} \right|$ .

- (a) Bestimmen Sie die Symmetrie, die Nullstellen und Polstellen sowie den Wertebereich von  $f$ .
- (b) An welchen Stellen ist  $f$  differenzierbar?  
*Hinweis:* Schreiben Sie zuerst  $f$  in eine Funktion ohne Betrag um.
- (c) Wo ist  $f'(t) = 0$ ?
- (d) Was können Sie über die Monotonie von  $f$  aussagen?  
*Hinweis:* Dazu reicht es auch, nur  $\lim_{t \rightarrow \infty} f(t)$  und  $\lim_{t \rightarrow -\infty} f(t)$  zu berechnen und die Informationen aus (a) und (c) zu verwenden.
- (e) Skizzieren Sie den Graphen von  $f$  mithilfe der Teilaufgaben (a)-(d).

### Abgabe der schriftlichen Aufgaben

Dienstag, den 30.10.2018 / Mittwoch, den 31.10.2018 in den Übungsstunden und ausserhalb der Zeiten in den Fächern im HG E 66.1.