Mathematik II (BIOL, HEST, PHAR) FS 2019
Prof. W. Farkas
Vincenzo Ignazio(Koordinator)

# Serie 2

## Aufgabe 1

Untersuchen Sie das Lösungsverhalten der folgenden linearen Gleichungssysteme und bestimmen Sie im Falle der Lösbarkeit sämtliche Lösungen.

a) $$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & 0 \\ -3 & 2 & 0 & 1 \\ 8 & -2 & -2 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \\ 0 \end{pmatrix}$$

b) $$\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 &= 2 \\ -2x_1 + x_3 &= -2 \\ 5x_1 - x_2 + 2x_3 &= 4 \\ 2x_1 + 6x_2 - 3x_3 &= 5 \end{cases}$$

c) $$\begin{pmatrix} 2 & 5 & -1 & 0 \\ -1 & 8 & 8 & -4 \\ 4 & 2 & -16 & 10 \\ 0 & 1 & 1 & -4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ -13 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$$

d) $$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 &= 0 \\ x_1 + x_2 &= 0 \\ 2x_2 + 6x_3 &= 0 \end{cases}$$

## Aufgabe 2

Für welche Werte des Parameters $\lambda \in \mathbb{C}$ (!!) besitzen folgende homogene lineare Gleichungssystem nicht-triviale Lösungen?

a) $$\begin{pmatrix} \lambda & 1 \\ 1 & -2\lambda \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

b) $$\begin{pmatrix} 2+\lambda & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2-\lambda & 0 & 0 \\ 1 & -2 & -\lambda & -1 \\ 2 & -4 & 1 & -\lambda \end{pmatrix} \begin{pmatrix} w \\ x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

## Aufgabe 3

Die Matrix $A = \begin{pmatrix} \lambda & 0 & 1 \\ 0 & \lambda - 1 & -2 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$ hängt noch von einer Zahl $\lambda \in \mathbb{R}$ ab.

a) Für welche Werte von $\lambda$ verschwindet die Determinante von $A$?

b) Wann hat das homogene lineare Gleichungssystem $Ax = 0$

   (i) nur die triviale Lösung $x = 0$?

   (ii) auch nicht-triviale Lösungen? Wie lauten diese?

c) Wann hat das inhomogene lineare Gleichungssystem $Ax = c$ für jedes $c \in \mathbb{R}^3$ genau eine Lösung?

d) Gegeben seien $A$ oben sowie $b = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}$ und $x_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$.

   Zeigen Sie, dass $x_0$ für jedes $\lambda$ eine Lösung von $Ax = b$ ist.

e*) Sei $\widetilde{x}$ eine weitere Lösung des LGS $Ax = b$ oben. Zeigen Sie, dass $\widetilde{x} - x_0 = x^{hom}$ eine Lösung des homogenen LGS $Ax = 0$ ist.

---

*Allgemein gilt: Jede allfällige Lösung eines inhomogenen LGS $Ax = b$ lässt sich schreiben als Summe einer speziellen Lösung $x_0$ des inhomogenen LGS $Ax = b$ und einer Lösung $x^{hom}$ des homogenen LGS $Ax = 0$, d.h. $x = x_0 + x^{hom}$.*

*Vergleiche mit dem Verfahren zur Bestimmung der allgemeinen Lösung einer inhomogenen linearen DGL mittels Partikulärlösung.*

---

f*) Bestimmen Sie nun mit Hilfe von Teil (b) alle Lösungen des Gleichungssystems $Ax = b$ in Abhängigkeit von $\lambda$.

## Abgabe der schriftlichen Aufgaben

Dienstag, den 05.03.2019 / Mittwoch, den 06.03.2019 in den Übungsstunden.

## Präsenz der Assistenzgruppe

Zweimal in der Woche beantworten Assistierende in einer Präsenz Fragen: Montag und Donnerstag von 12 bis 13 Uhr im HG G 32.6.