Mathematik II (BIOL, HEST, PHAR) FS 2019
Prof. W. Farkas
Vincenzo Ignazio(Koordinator)

Probetest zur Vorlesung Mathematik II

Bitte ausfüllen!

Name:	
Vorname:	

Bitte nicht ausfüllen!

Aufgabe	Punkte	Max. Punkte
1		12
2		13
Total		25

Für die Bearbeitung des Tests haben Sie 90 **Minuten** Zeit. Fangen Sie für alle Aufgaben ein separates Blatt an.

Bitte wenden!

Aufgaben

1. (*12 Punkte*)

a) Die Antworten in dieser Aufgabe müssen Sie begründen. Bei Aussagen die falsch sind reicht ein Gegenbeispiel. Kreuzen Sie die Aussage auf diesem Aufgabenblatt direkt an und schreiben Sie ihre Begründung auf einem Nebenblatt.

- Jedes lineare Gleichungssystem mit weniger Gleichungen als Unbekannten hat mindestens eine Lösung.

  ◯ richtig ◯ falsch

- Sei $c \in \mathbb{R}$. Gegeben sind die drei Vektoren

$$\begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} c \\ -2 \\ -1 \end{pmatrix}.$$

  Wie muss c gewählt werden, damit die drei Vektoren linear **abhängig** sind?

  $c =$ ______________

- Für beliebige (3,3)-Matrizen A,B gilt $\det(A+B) = \det(A) + \det(B)$.

  ◯ richtig ◯ falsch

- Die Zahl 0 kann nicht Eigenwert einer invertierbaren Matrix sein.

  ◯ richtig ◯ falsch

b) Sei

$$B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & \mu \\ -1 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & \mu+1 \end{pmatrix}.$$

Finden Sie alle $\mu \in \mathbb{R}$, sodass das homogene lineare Gleichungssystem $Bx = 0$ nur die triviale Lösung besitzt.

c) Seien

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & -2 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \qquad \text{und} \qquad b = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}.$$

Lösen Sie das lineare inhomogene Gleichungssystem $Ax = b$ mit dem Gaussverfahren.

d) Die Matrix C sei

$$C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ -1 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Finden Sie die Eigenwerte von C und geben Sie **einen** Eigenvektor zum grössten der Eigenwerte von C an.

2. (*13 Punkte*)

a) Bestimmen Sie $z_0 \in \mathbb{R}$ so, dass der Punkt $P = (1, 2, z_0)$ auf der Fläche in $\mathbb{R}^3$ gegeben durch die Gleichung

$$z = \ln(x^2 + y^2 + 1) - \ln(6)$$

liegt. Bestimmen Sie anschliessend die Gleichung der Tangentialebene an diese Fläche im Punkt P.

b) Bestimmen Sie die kritischen Punkte der Funktion f gegeben durch

$$f(x, y) = 3x^2 + 6xy + \frac{1}{6}y^3 + \frac{27}{2}y$$

und geben Sie jeweils an, ob es sich bei diesen Stellen um ein relatives Maximum, Minimum oder um einen Sattelpunkt handelt.

c) Sei die Funktion g gegeben durch

$$g(x, y) = 2x^3 - y^2 - 8x - 4y.$$

Wir betrachten die Höhenlinie der Funktion g zur Höhe 0, also die Kurve in $\mathbb{R}^2$, die gegeben ist durch die Gleichung $g(x, y) = 0$.

Finden Sie den Punkt (x_0, y_0) auf der Kurve (also auf der Höhenlinie zur Höhe 0) mit Koordinaten $x_0 = -2$ und $y_0 < 0$.

Berechnen Sie anschliessend die Steigung der Kurve in diesem Punkt.

d) Sei eine Kurve in $\mathbb{R}^2$ gegeben durch die Gleichung

$$x^3 - 3x^2 = 4 - 4y^2.$$

In welchen Punkten (x, y) besitzt diese Kurve horizontale Tangenten?