Theorem

Sei $U \subset \mathbb{C}$ *offen und* $f : U \to \mathbb{C}$, *so dass* f *holomorph in einer Umgebung von* $z_0 \in U$. *So gilt* $z_0 \in U$ *ist eine Nullstelle von* f *der Ordnung* m *genau dann wenn eine Funktion* $g : U \to \mathbb{C}$ *existiert für welche gilt* g *ist komplex differenzierbar in* z_0, $g(z_0) \neq 0$ *und* $f(z) = (z - z_0)^m g(z)$.

Theorem

Sei $U \subset \mathbb{C}$ offen, $f : U \to \mathbb{C}$ eine komplexe Funktion und $z_0 \in U$ so dass

i) *f ist holomorp in einer Umgebung von z_0*

ii) *$f(z_0) = 0$ aber $\exists z \in N; f(z) \neq 0$ für jede Umgebung N von z_0*

dann gilt $f(z) \neq 0 \, \forall z$ mit $0 < |z - z_0| < \varepsilon$ für irgendein $\varepsilon > 0$.

Theorem

Sei $U \subset \mathbb{C}$ offen, $f : U \to \mathbb{C}$ eine komplexe Funktion und $z_0 \in U$ so dass

i) *f ist holomorph in einer Umgebung N von z_0*

ii) *$f(z) = 0$ für alle z in einer offenen Teilmenge D oder auf einer Geradenstrecke L, die z_0 enthält*

dann gilt $f(z) = 0 \, \forall z \in N$.