MC 5: Satz von Cauchy

Einsendeschluss: Freitag, der 22. März 2019, um 19:00 Uhr.

Aufgabe 1. Die Funktion $f(z) = \frac{1}{z}$ ...

(a) ... besitzt eine Stammfunktion auf $\mathbb{C}$.

(b) ... besitzt auf $\Omega = \mathbb{C} \setminus [0, \infty)$ eine Stammfunktion.

(c) ... hat auf $\mathbb{C} \setminus \{0\}$ die Stammfunktion $\mathrm{Log}(z)$.

(d) Keine der obigen Aussagen.

Aufgabe 2. Das Gebiet $\{z \in \mathbb{C} \mid \mathrm{Im}(z) > 0 \wedge |z| > 1\}$ ist ...

(a) ... einfach zusammenhängend.

(b) ... nicht einfach zusammenhängend.

Aufgabe 3. Das Gebiet $\{z \in \mathbb{C} \mid 0 < |z| < 1\}$ ist ...

(a) ... einfach zusammenhängend.

(b) ... nicht einfach zusammenhängend.

Aufgabe 4. Das Gebiet $\{z \in \mathbb{C} \mid \mathrm{Im}(z) > 0 \vee \mathrm{Im}(z) + \mathrm{Re}(z) \neq 0\}$ ist ...

(a) ... einfach zusammenhängend.

(b) ... nicht einfach zusammenhängend.

Aufgabe 5. Das Gebiet $\{z \in \mathbb{C} \mid \mathrm{Im}(z) \neq 0\}$ ist ...

(a) ... einfach zusammenhängend.

(b) ... nicht einfach zusammenhängend.

Aufgabe 6. Das Gebiet $\mathbb{R}^3 \setminus \{0\}$ ist ...

(a) ... einfach zusammenhängend.

(b) ... nicht einfach zusammenhängend.

Aufgabe 7. Das Gebiet $\{z \in \mathbb{C} \mid 2 < |z| < 3\}$ ist ...

(a) ... einfach zusammenhängend.

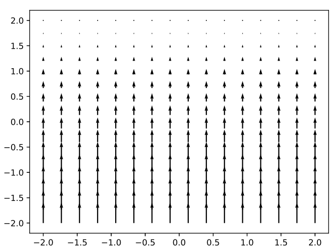
(b) ... nicht einfach zusammenhängend.

Aufgabe 8. Betrachten Sie die Vektorfelder, welche in Abbildung 1 dargestellt sind. Welche der folgenden drei Aussagen ist richtig in der Menge $\{z = x + iy \in \mathbb{C} \mid x, y \in [-2, 2]\}$?

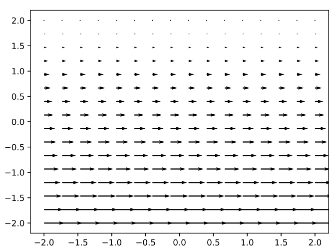
(a) Es gilt $\operatorname{div} f = \operatorname{div} g = \operatorname{div} h = 0$.

(b) Es gilt $\operatorname{div} f < 0$, $\operatorname{div} g = 0$ und $\operatorname{div} h > 0$.

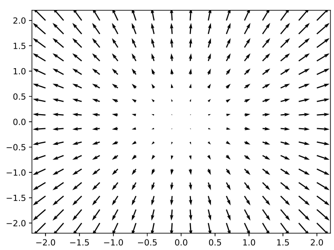
(c) Es gilt $\operatorname{div} f > 0$, $\operatorname{div} g = 0$ und $\operatorname{div} h < 0$.



(a) Das Vektorfeld $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$.



(b) Das Vektorfeld $g : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$.



(c) Das Vektorfeld $h : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$.

Abbildung 1: Die Vektorfelder für Aufgabe 11.