

## MC 9: Anwendungen Cauchy's Residuensatz

**Einsendeschluss:** Freitag, der 19. April 2019, um 19:00 Uhr.

**Aufgabe 1.** Es sei  $f$  eine in einer punktierten Umgebung von  $z_0$  holomorphe Funktion mit Laurentreihenentwicklung

$$f(z) = \sum_{j=-n}^{\infty} c_j (z - z_0)^j,$$

also mit einem Pol  $n$ -ter Ordnung. Dann folgt für die Funktion  $g(z) = f(z^2)$ ,

- (a) dass  $g$  in  $z_0$  einen Pol  $2n$ -ter Ordnung besitzt.
- (b) dass  $g$  die Laurentreihenentwicklung

$$g(z) = \sum_{j=-n}^{\infty} c_{2j} (z - z_0)^j$$

besitzt.

- (c) dass  $g$  die Laurentreihenentwicklung

$$g(z) = \sum_{j=-n}^{\infty} c_j (z - z_0)^{2j}$$

besitzt.

- (d) Nichts von alledem.

**Aufgabe 2.** Es sei  $f$  eine holomorphe Funktion. Dann folgt:

- (a)  $\text{Res}(f^3 f', 0) = 0$
- (b)  $\text{Res}(f^3 f', 0) \neq 0$

**Aufgabe 3.** Die Aussage  $\text{Res}(\frac{1}{z}, 3) = 3$  ist

- (a) wahr.
- (b) falsch.

**Aufgabe 4.** Die Aussage  $\text{Res}(\frac{1}{(z-3)^2}, 3) = 2$  ist

- (a) wahr.
- (b) falsch.

**Aufgabe 5.** Die Aussage  $\text{Res}(\frac{1}{z^2-9}, 3) = \frac{1}{6}$  ist

- (a) wahr.
- (b) falsch.

**Aufgabe 6.** Die Aussage  $\text{Res}(e^{1/z}, 3) = 2$  ist

- (a) wahr.
- (b) falsch.

**Aufgabe 7.** Die Aussage  $\text{Res}(\frac{1}{2z-6}, 3) = 1$  ist

- (a) wahr.
- (b) falsch.

**Aufgabe 8.** Die Aussage  $\text{Res}(\cos(\pi z)/(z-3)^3, 3) = \pi^2/2$  ist

- (a) wahr.
- (b) falsch.

**Aufgabe 9.** Die Funktion  $f(z) = \frac{1}{\sin(z)-z}$  hat in  $z_0 = 0$  ...

- (a) eine hebbare Singularität.
- (b) einen Pol erster Ordnung.
- (c) einen Pol zweiter Ordnung.
- (d) einen Pol dritter Ordnung.
- (e) einen Pol vierter Ordnung.
- (f) eine wesentlichen Singularität.