MC 10: Fourierreihen und die DFT

Einsendeschluss: Freitag, der 03. Mai 2019, um 19:00 Uhr.

Aufgabe 1. Es sei f eine ungerade Riemann-integrierbare Funktion (es gilt also $f(-t) = -f(t)$, für alle t) und $R > 0$ eine beliebige fixierte reelle Zahl. Dann folgt:

$$\int_{-R}^{R} f(t)\,dt = \cdots$$

(a) 0.

(b) $\frac{1}{2}\int_0^R f(t)\,dt$

(c) $2\int_0^R f(t)\,dt$

(d) Das hängt von R ab.

(e) Es gibt keinen allgemeinen Zusammenhang dieser Art, also keine der anderen Antworten ist korrekt.

Aufgabe 2. Welche dieser Aussagen trifft zu?

Hinweis: Bei dieser Frage sind mehrere Antworten richtig.

(a) Eine gerade Funktion lässt sich in eine reine Sinus-Reihe entwickeln

(b) Eine gerade Funktion lässt sich in eine reine Kosinus-Reihe entwickeln

(c) Eine ungerade Funktion lässt sich in eine reine Sinus-Reihe entwickeln

(d) Eine ungerade Funktion lässt sich in eine reine Kosinus-Reihe entwickeln

Aufgabe 3. Sei $F(x) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} c_k \mathrm{e}^{\mathrm{i}kx}$ eine Fourierreihe mit $c_k = c_{-k}$, für alle $k \in \mathbb{N}$. Ist die Fourierreihe F die Entwicklung einer reell-wertigen Funktion?

(a) Ja.

(b) Nein.

Aufgabe 4. Sei $F(x) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} c_k \mathrm{e}^{\mathrm{i}kx}$ eine Fourierreihe mit $c_k = \overline{c_{-k}}$, für alle $k \in \mathbb{N}$. Ist die Fourierreihe F die Entwicklung einer reell-wertigen Funktion?

(a) Ja.

(b) Nein.

Aufgabe 5. Sei $F(x) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} c_k \mathrm{e}^{\mathrm{i}kx}$ eine Fourierreihe mit $c_k = c_{-k}$ und $c_k = \overline{c_k}$, für alle $k \in \mathbb{N}$. Ist die Fourierreihe F die Entwicklung einer reell-wertigen Funktion?

(a) Ja.

(b) Nein.

Aufgabe 6. Sei $F(x) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} c_k \mathrm{e}^{\mathrm{i}kx}$ eine Fourierreihe mit $c_0 = 0$. Ist die Fourierreihe F die Entwicklung einer reell-wertigen Funktion?

(a) Ja.

(b) Nein.

Aufgabe 7. Sei $F(x) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} c_k \mathrm{e}^{\mathrm{i}kx}$ eine Fourierreihe mit $c_{-k} = -c_k$ und $\mathrm{i}c_k \in \mathbb{R}$, für alle $k \in \mathbb{N}$. Ist die Fourierreihe F die Entwicklung einer reell-wertigen Funktion?

(a) Ja.

(b) Nein.

Aufgabe 8. Sei

$$f(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n \mathrm{e}^{\frac{2\pi \mathrm{i} n}{T} t}$$

die komplexe Fourierreihenentwicklung einer T-periodischen Funktion. Gilt damit dann

$$c_n = \frac{1}{T} \cdot \int_{-T/2}^{T/2} f(t) \mathrm{e}^{-\frac{2\pi \mathrm{i} n}{T} t} \, \mathrm{d}t?$$

(a) Ja.

(b) Nein.

Aufgabe 9. Sei

$$f(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n \mathrm{e}^{\frac{2\pi \mathrm{i} n}{T} t}$$

die komplexe Fourierreihenentwicklung einer T-periodischen Funktion. Gilt damit dann

$$c_n = \frac{2}{T} \cdot \int_{0}^{T/2} f(t) \mathrm{e}^{-\frac{2\pi \mathrm{i} n}{T} t} \, \mathrm{d}t?$$

(a) Ja.

(b) Nein.

Aufgabe 10. Sei

$$f(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n \mathrm{e}^{\frac{2\pi \mathrm{i} n}{T} t}$$

die komplexe Fourierreihenentwicklung einer T-periodischen Funktion. Gilt damit dann

$$c_n = \frac{1}{T} \cdot \int_{0}^{T} f(t) \mathrm{e}^{-\frac{2\pi \mathrm{i} n}{T} t} \, \mathrm{d}t?$$

(a) Ja.

(b) Nein.

Aufgabe 11. Sei

$$f(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n \mathrm{e}^{\frac{2\pi \mathrm{i} n}{T} t}$$

die komplexe Fourierreihenentwicklung einer T-periodischen Funktion. Gilt damit dann für $\alpha \in \mathbb{R}$, dass

$$c_n = \frac{1}{T} \cdot \int_{\alpha}^{\alpha+T} f(t) \mathrm{e}^{-\frac{2\pi \mathrm{i} n}{T} t} \, \mathrm{d}t?$$

(a) Ja.

(b) Nein.

Aufgabe 12. Sei

$$f(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n \mathrm{e}^{\frac{2\pi \mathrm{i} n}{T} t}$$

die komplexe Fourierreihenentwicklung einer T-periodischen Funktion. Gilt damit dann

$$c_n = \frac{1}{2T} \cdot \int_{-T}^{T} f(t) \mathrm{e}^{-\frac{2\pi \mathrm{i} n}{T} t} \, \mathrm{d}t?$$

(a) Ja.

(b) Nein.

Aufgabe 13. Sei

$$f(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n \mathrm{e}^{\frac{2\pi \mathrm{i} n}{T} t}$$

die komplexe Fourierreihenentwicklung einer T-periodischen Funktion. Gilt damit dann

$$c_n = \frac{1}{2T} \cdot \int_{-T}^{T} f(t) \mathrm{e}^{-\frac{2\pi \mathrm{i} n}{2T} t} \, \mathrm{d}t?$$

(a) Ja.

(b) Nein.