MC 13: Die Laplacetransformation

Einsendeschluss: Freitag, der 24. Mai 2019, um 19:00 Uhr.

Aufgabe 1. Sei $f : [0, \infty) \to \mathbb{R}$ eine *reellwertige* Funktion mit wohldefinierter Laplacetranforma-tion $F = \mathcal{L}[f]$, welche auf der Halbebene $H = \{s \in \mathbb{C} \,|\, \mathrm{Re}(s) > s_0\}$ analytisch ist. Dann folgt für alle $s \in H$:

(a) $F(\overline{s}) = F(s)$.

(b) $F(\overline{s}) = -F(s)$.

(c) $F(\overline{s}) = \overline{F(s)}$.

(d) $F(\overline{s}) = iF(s)$.

(e) Es gibt keinen derartigen allgemeinen Zusamemnhang.

Aufgabe 2. Die Laplacetransformierte von $f(t) = \sin(t)$ ist gegeben durch

$$F(s) = \frac{1}{s^2 + 1}.$$

Gegeben seien nun Parameter $a > 0$, $b \in \mathbb{R}$ und $c \in \mathbb{C}$. Dann folgt für die Laplacetransformierte $G = \mathcal{L}[g]$ von

$$g(t) = \mathrm{e}^{-ct} \sin(at + b)$$

(a) $G(s) = a\mathrm{e}^{bc/a} \dfrac{\mathrm{e}^{bs/a}}{a^2 + (s + c)^2}$

(b) $G(s) = \dfrac{\mathrm{e}^{b(s+c)}}{c^2 + s^2}$

(c) $G(s) = \dfrac{1}{a} \cdot \dfrac{\mathrm{e}^{bs}}{1 + (s/a + c)^2}$

(d) $G(s) = \dfrac{a\mathrm{e}^{cs/a}}{a^2 + (cs)^2}$

(e) $G(s) = \mathrm{e}^{bs/a} \dfrac{a}{a^2 + s^2}$