

Die Vektorraumaxiome

Definition: Sei K ein Körper. Eine Menge V zusammen mit einer inneren Verknüpfung (Addition genannt)

$$+ : V \times V \rightarrow V; (u, v) \mapsto u + v$$

und einer äusseren Verknüpfung (Multiplikation genannt)

$$\cdot : K \times V \rightarrow V; (\lambda, v) \mapsto \lambda \cdot v$$

heisst ein Vektorraum über K wenn folgende Vektorraumaxiome gelten:

$$(VR1) \quad \forall u, v \in V : u + v = v + u$$

$$(VR2) \quad \forall u, v, w \in V : (u + v) + w = u + (v + w)$$

$$(VR3) \quad \exists 0_V \in V \forall u \in V : 0_V + u = u$$

$$(VR4) \quad \forall u \in V \exists v \in V : u + v = 0_V$$

$$(VR5) \quad \forall u \in V : 1 \cdot u = u$$

$$(VR6) \quad \forall \lambda, \mu \in K \forall u \in V : (\lambda \cdot \mu) \cdot u = \lambda \cdot (\mu \cdot u)$$

$$(VR7) \quad \forall \lambda \in K \forall u, v \in V : \lambda \cdot (u + v) = \lambda \cdot u + \lambda \cdot v$$

$$(VR8) \quad \forall \lambda, \mu \in K \forall u \in V : (\lambda + \mu) \cdot u = \lambda \cdot u + \mu \cdot u$$