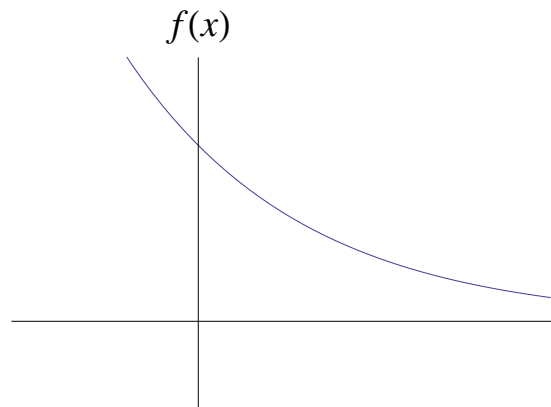


9.1. MC Fragen: Ableitungen

(a) Die Figur zeigt den Graphen einer zweimal differenzierbaren Funktion f . Was lässt sich über f , f' und f'' sagen?



- Nichts
 - Die Funktion f ist positiv.
 - Die Funktion f ist negativ.
 - Die erste Ableitung f' ist positiv.
 - Die erste Ableitung f' ist negativ
 - Die zweite Ableitung f'' ist positiv.
 - Die zweite Ableitung f'' ist negativ.
- (b) Sei $f : (a, b) \rightarrow \mathbb{R} \setminus \{0\}$ monoton wachsend und differenzierbar. Dann gilt:
- $\frac{1}{f}$ ist monoton wachsend.
 - $\frac{1}{f}$ ist monoton fallend.
 - Keine Aussage gilt im Allgemeinen.
- (c) Sei $f : (a, b) \rightarrow I$ streng monoton wachsend, bijektiv und differenzierbar. Dann gilt:
- f^{-1} ist monoton wachsend.
 - f^{-1} ist monoton fallend.
 - Keine Aussage gilt im Allgemeinen.

9.2. Taylorpolynom Bestimmen Sie jeweils das Taylorpolynom 4. Ordnung an der Stelle x_0 für die folgenden Funktionen und Punkte:

- (a) $\frac{1}{1+x}$, $x_0 = 0$, (b) $\cosh x$ und $\sinh x$, $x_0 = 0$
 (c) $\cos(e^{x^2} - 1)$, $x_0 = 0$, (d) $\log(\cos x)$, $x_0 = \frac{\pi}{4}$.

9.3. (schriftlich) Annäherung mit Taylor Berechnen Sie, mithilfe der Taylor-Approximation:

- (a) einen Näherungswert für $\log(1.1)$ exakt bis drei Nachkommastellen,
 (b) einen Näherungswert für $\sqrt[3]{65}$ exakt bis fünf Nachkommastellen,

wobei das Ergebnis als rationale Zahl gegeben werden muss.

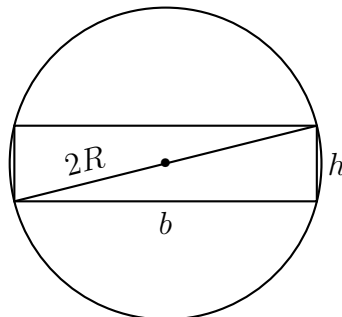
9.4. Anwendungen der Differentialrechnung

(a) Zeigen Sie, dass unter allen Rechtecken mit gleichen Flächeninhalt A das Quadrat die kleinste Umfang hat.

(b) Zeigen Sie mithilfe von (a) folgende *Jensensche Ungleichung*: für jede nicht negative Zahlen x, y gilt

$$\frac{x + y}{2} \geq \sqrt{xy}.$$

(c) Aus einem Baumstamm mit kreisförmigem Querschnitt soll ein Balken mit rechteckigem Querschnitt so herausgeschnitten werden, dass sein Widerstandsmoment $W = \frac{bh^2}{6}$ einen grössten Wert annimmt. Wie muss ein optimaler Balken zugesägt werden? Was ist das maximale Widerstandsmoment?



b : Breite des Balkens, h : Dicke des Balkens, $2R$: Durchmesser des Baumstammes.