MC-Fragen Serie 2

Einsendeschluss: Freitag, der 12.05.2017 12:00 Uhr

---

1. Sei $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definiert durch $f(x) = x^3 \ln x$. Wie lautet die Ableitung $f'(x)$?

(a) $x^2(3\ln x + 1)$

(b) $x^2(3\ln x + xe^x)$

(c) $3x$

(d) $\frac{x^4}{4}e^x$

(e) Keine der obigen Antworten ist richtig.

2. Sei die Funktion $f : \mathbb{R} \setminus \{-3\} \to \mathbb{R}$ definiert durch $x \mapsto \frac{1-x}{x+3}$. Dann gilt:

(a) Die Funktion f ist auf $(-\infty, -3)$ streng monoton fallend.

(b) Die Funktion f ist auf $(-3, \infty)$ streng monoton fallend.

(c) Die Funktion f nimmt auf $(-\infty, -3)$ nur negative Werte an.

(d) Die Funktion f nimmt auf $(-3, \infty)$ nur positive Werte an.

(e) Keine Aussage ist korrekt.

3. Sei $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$. Falls f differenzierbar ist, dann ist auch $x \mapsto f(x^2)$ differenzierbar.

(a) Wahr

(b) Falsch

4. Sei $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$. Falls f differenzierbar ist, so ist $x \mapsto f(|x|)$ auch differenzierbar.

(a) Wahr

(b) Falsch

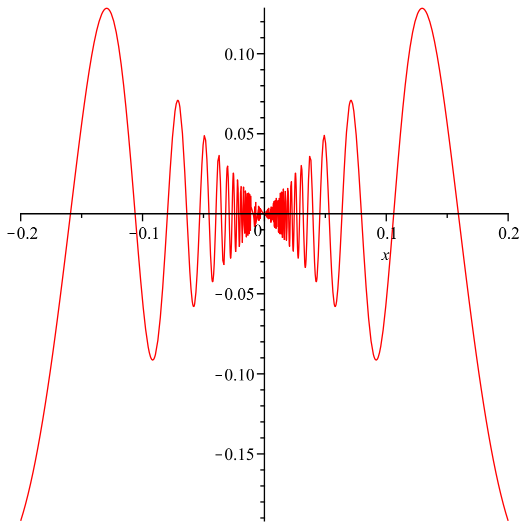
5. Sei $f(x) = x \sin \frac{1}{x}$, dann ist f im Nullpunkt

(a) differenzierbar und stetig.

(b) differenzierbar und nicht stetig.

(c) nicht differenzierbar und nicht stetig.

(d) nicht differenzierbar und stetig.



Graph von $f(x) = x \sin \frac{1}{x}$.

6. Wir betrachten die Funktionenfolge (f_n) mit

$$f_n : \mathbb{R}_{\geq 0} \to \mathbb{R},\ x \mapsto (x^{1/2} + n^{-1})^2.$$

Welche der Aussagen gilt?

(a) $\lim_{n\to\infty} f_n(x) = x$ für alle $x \in \mathbb{R}_{\geq 0}$

(b) Die Funktionenfolge konvergiert gleichmässig.

(c) Für alle $M > 0$ gilt, dass die Funktionenfolge $f_n|_{[0,M]} : [0, M] \to \mathbb{R}$ gleichmässig konvergiert.

7. Welche der folgenden Funktionen ist konvex?

(a) $\exp : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$.

(b) $-\log :]0, +\infty[\longrightarrow \mathbb{R}$.

(c) Die Heaviside-Funktion $H : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definiert durch:

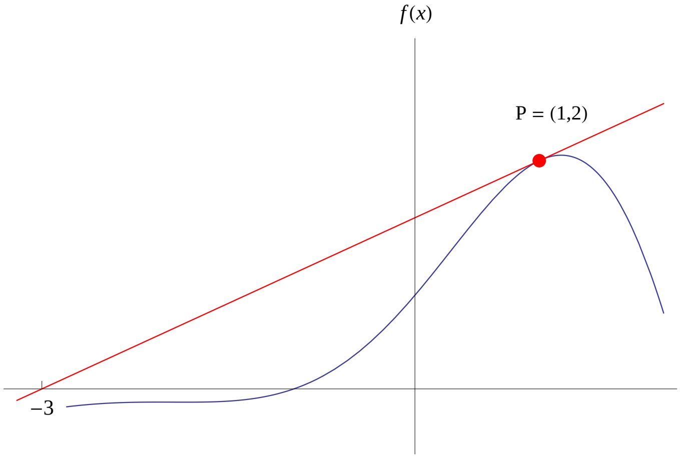
$$H(x) = \begin{cases} 0 & \text{falls } x < 0, \\ 1 & \text{falls } x \geq 0. \end{cases}$$

8. Seien $f, g : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ zwei Funktionen, sodass $f \circ g$ differenzierbar ist. Ist dann mindestens eine der beiden Funktionen f, g notwendigerweise differenzierbar?

(a) Ja.

(b) Nein.

9. Im folgenden Bild ist die rote Gerade im Punkt P tangential an die blaue Kurve, die der Graph einer Funktion $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ ist. Welchen Wert hat die Ableitung f' an der Stelle 1?



(a) 2

(b) $\frac{1}{2}$

(c) $-\frac{2}{3}$

(d) -2

(e) Keiner dieser Werte ist korrekt.

10. Wie lautet die Gleichung der Tangente an den Graphen der Funktion

$$f : [2, \infty[\to \mathbb{R}, \quad x \mapsto \sqrt{x-2},$$

an der Stelle $x = 6$?

(a) $y = -\frac{1}{4}x + \frac{7}{2}$.

(b) $y = \frac{1}{4}x + \frac{1}{2}$.

(c) $y = \frac{1}{2}x - 1$.

(d) $y = x - 4$.

(e) Keine der obigen Antworten ist richtig.

11. Die Ableitung der Funktion $f(x) = x^x$ für $x \in]0, \infty[$ ist ...

(a) $f'(x) = x^x$.

(b) $f'(x) = x^{x-1}$.

(c) $f'(x) = x^2$.

(d) $f'(x) = (1 + \log x)x^x$.

(e) $f'(x) = x + x \log x$.

(f) keiner der obigen Ausdrücke.

12. Welche der folgenden Schlussfolgerungen über eine differenzierbare Funktion $f : [a, b] \to \mathbb{R}$ ist FALSCH?

(a) Ist f monoton wachsend, so ist $f' \geq 0$.

(b) Ist $f' = 0$, so ist f konstant.

(c) Ist $f' > 0$ auf $]a, b[$, so ist f streng monoton wachsend.

(d) Ist f streng monoton fallend, so ist $f' < 0$ auf $]a, b[$.

13. Sei $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ eine beliebig oft stetig differenzierbare Funktion. Welche der folgenden Aussagen ist im allgemeinen *nicht* richtig?

(a) f hat eine Taylorreihe bei $x_0 = 0$.

(b) Der Konvergenzradius der Taylorreihe ist ≥ 0, aber nicht notwendig > 0.

(c) Dort, wo die Taylorreihe konvergiert, stellt sie die Funktion f dar.

(d) Wenn f durch eine Potenzreihe gegeben ist, so ist diese gleich der Taylorreihe.

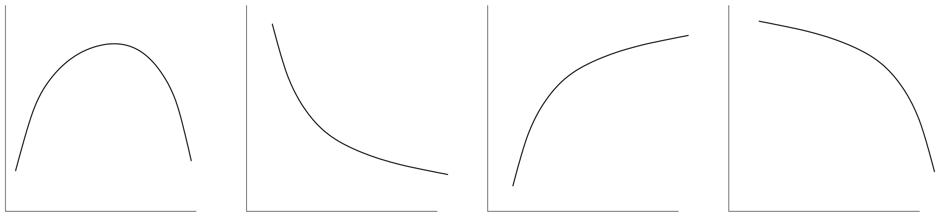
14. Sei $f : [a, b] \to \mathbb{R}$ differenzierbar und sei $a < c < b$. Welche der folgenden Aussagen ist richtig?

(a) $f'(c) = 0 \iff c$ ist eine Extremalstelle.

(b) $f'(c) = 0 \implies c$ ist eine Extremalstelle.

(c) $f'(c) = 0 \impliedby c$ ist eine Extremalstelle.

15. Sei f eine Funktion mit $f'' < 0$. Welcher der folgenden Kurven könnten den Graphen G_f von f beschreiben?



I II III IV

(a) I

(b) II

(c) III

(d) IV

(e) Keine.

16. Sei

$$\begin{array}{rcrcl} f & : & [0,6] & \to & \mathbb{R} \\ & & x & \mapsto & f(x) = 2x^3 - 15x^2 + 24x. \end{array}$$

Welche der folgenden Aussagen trifft zu?

(a) 1 und 4 sind lokale Extremalstellen.

(b) 11 ist das globale Maximum von f auf $[0,6]$.

(c) -16 ist das globale Minimum von f auf $[0,6]$.

(d) 6 ist eine globale Maximalstelle von f auf $[0,6]$.

(e) $f(x) \geq -16$ für alle $x \in [0,6]$.

17. Bestimmen Sie das globale Maximum von $f(x) = \sin(2x) + 2\sin(x)$ auf dem Intervall $[0, \pi]$.

(a) 2.61

(b) 1.73

(c) $\frac{3\sqrt{3}}{2}$

(d) $\frac{3\sqrt{2}}{2}$

18. Betrachten Sie die Funktion $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, gegeben durch $f(x) = \cos(x^2)$. Welche der folgenden Aussagen sind wahr?

(a) Es sei $D = [\sqrt{\pi}, \sqrt{2\pi}]$. Dann ist f auf dem Definitionsbereich D injektiv.

(b) Das Bild von D unter f, also $\{f(x) : x \in D\}$, ist gleich $[0, 1]$.

(c) Die Funktion $g : \left[0, \sqrt{1/2}\right] \to \mathbb{R}$ gegeben durch $g(x) = \sqrt{\arccos x}$ ist die Umkehrfunktion von f im Intervall $[1/\sqrt{2}, 1]$.

19. Sei $0 < \alpha < 1$ und $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definiert durch $f(x) = x - \alpha \sin x$. Welche der Aussagen gilt?

(a) f ist strikt monoton wachsend.

(b) f ist konvex.

(c) Die Umkehrfunktion g von f erfüllt $g'(0) = (1 - \alpha)^{-1}$.

20. Bestimmen Sie den Koeffizienten von x^2 in der Taylorreihe von $f(x) = \frac{1}{(1+x)^2}$ um $x_0 = 0$.

(a) $\frac{1}{6}$

(b) $\frac{1}{3}$

(c) 1

(d) 3

(e) 6