3. Thermodynamische Potentiale

Einführung

Es gibt zwei fundamentale Zustandsgleichungen, die für ideale Gase gelten. Die thermodynamische Zustandsgleichung:

$$pV=nRT \tag{1}$$

Die kalorische Zustandsgleichung mit *E* als innere Energie:

$$E=3/2\ nRT \tag{2}$$

Die Entropie S, oft als Mass für die Unordnung bezeichnet, steht in folgendem Zusammenhang mit der inneren Energie E und dem Volumen V:

$$dS=1/T\ dE + p/T\ dV \tag{3}$$

Es ist bekannt, dass eine kleine Änderung der Entropie dS die obere Gleichung erfüllt.

Aufgaben

a) Was bedeutet das für die Koeffizienten von dE und dV in Gl. 3, d.h. in welchem Zusammenhang stehen sie mit der Entropie S?

b) Berechne die Entropie S für ein ideales Gas. Ist die Vorstellung der Entropie als ein Mass für die Unordnung gerechtfertigt?

Lösungen

a) Totales Differential: $df = f_x(x_0, y_0)\, dx + f_y(x_0, y_0)\, dy$

Änderung der Entropie $ds = \frac{1}{T} * dE + \frac{p}{T} * dV$

→Entropie S(E,V) ist abhängig von E und V.

Es ist ein totales Differential, da $\frac{ds}{dE} = S_E(E,V) = \frac{1}{T}$ und $\frac{ds}{dV} = S_V(E,V) = \frac{p}{T}$. (analog zu $f_x(x_0,y_0)$, $f_y(x_0,y_0)$).

b) Es gilt $\frac{1}{T} = \frac{3nR}{2E}$ und $\frac{p}{T} = \frac{nR}{V}$. Durch Einsetzen in Gl. 3 (Aufgabenblatt) erhält man:

$$dS = \frac{3nR}{2E} dE + \frac{nR}{V} dV$$

$$\int dS = \int \frac{3nR}{2E} dE + \int \frac{nR}{V} dV$$

$$S = \log(E) \left(\frac{3nR}{2}\right) + \log(V)\, nR + C$$

$$S = nR(\frac{3}{2}\log(E) + \log(V))$$

$$S = nR(\log\left(E^{\frac{3}{2}} * V\right)$$

Also ist die Entropie S ein Mass für die Unordnung: Je höher die innere Energie bei gleichem Volumen, desto grösser ist die Entropie. Und je grösser das Volumen bei gleicher innerer Energie, desto stärker können sich die Teilchen verteilen und desto grösser wiederum ist die Entropie.