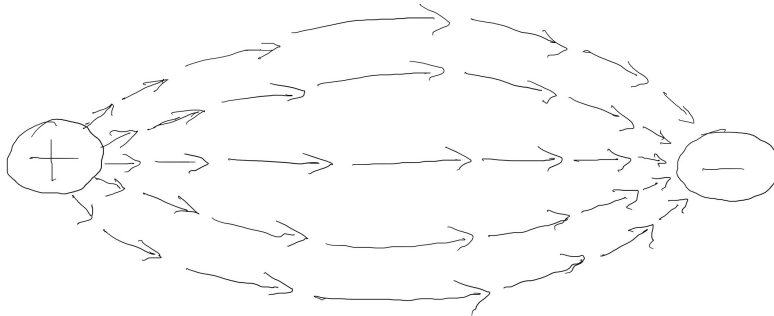


## Anwendungsübung 5 – Elektrischer Fluss

### Aufgabe a



### Aufgabe b

$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{q}{|\vec{r}|^3} * \vec{r}$$

Den elektrischen Fluss berechnet man mit der Formel:

$$\Phi = \oiint_B \vec{E}(x, y, z) * \vec{n} dO$$

Der elektrische Fluss ist das Integral des E-Feldes multipliziert mit dem Normalvektor über eine geschlossene Oberfläche. Der Satz von Gauss ist hier nicht anwendbar, da die Funktion im Nullpunkt nicht stetig ist und dadurch der Satz von Gauss nicht gilt.

Kugel:

Normalvektor:  $\vec{n} = \frac{\vec{r}}{|\vec{r}|}$

Kugelgleichung:  $x^2 + y^2 + z^2 \leq a$

Durch Einsetzen in die Flussformel erhält man:

$$\Phi = \oiint_K \frac{q}{|\vec{r}|^3} * \vec{r} * \vec{n} dO$$

Somit ergibt sich:  $\Phi = \oiint_K \frac{q}{|\vec{r}|^2} dO$

Der Kugelrand ist durch  $|\vec{r}|^2 = a^2$  gegeben. Daraus folgt:

$$\Phi = \frac{q}{a^2} \oiint_K 1 dO = \frac{q}{a^2} * 4\pi a^2 = 4\pi q$$

Dadurch ist der elektrische Fluss durch die Kugeloberfläche unabhängig vom Radius.

Ellipsoid:

$$\Phi = \oiint_E \vec{E}(x, y, z) * \vec{n} dO$$

$$\vec{E}(\vec{r}) * \vec{n} = |\vec{E}(\vec{r})| * |\vec{n}| * \cos\alpha = \frac{q}{r^2} * \frac{\vec{r}}{|\vec{r}|} * \cos\alpha = \frac{q}{r^2} * \cos\alpha$$

$$\Phi = \oiint_E \frac{q}{r^2} * \cos\alpha dO$$

Für  $dO$  gilt:

$$dO = \frac{r^2 * d\Omega}{\cos\alpha}$$

wobei  $d\Omega$  die Oberfläche des Ellipsoids auf den Einheitskreis.

Daraus folgt:

$$\Phi = \oiint_E \frac{q}{r^2} * \cos\alpha \frac{r^2}{\cos\alpha} * d\Omega = \oiint_E q d\Omega = q \oiint_E 1 d\Omega = 4\pi q$$

### Aufgabe c

Da hier die Ladung ausserhalb des Volumens liegt, kann der Satz von Gauss angewendet werden, da nicht durch 0 geteilt werden muss. Der elektrische Fluss durch die Oberfläche eines abgeschlossenen Bereichs ist laut dem Satz von Gauss durch das Integral der Divergenz des elektrischen Feldes über das Volumen des Bereichs gegeben.

$$\Phi = \iiint_B \nabla \cdot \vec{E}(\vec{r}) dV$$

Da die Divergenz des elektrischen Feldes genau 0 ergibt, hat kein Körper einen elektrischen Fluss, unabhängig von der Form.

### Aufgabe d

Die E-Felder durch W und V besitzen ein identisches Elektrisches Feld da die ganze Ladung im Volumen V ist und dadurch das elektrische Feld durch die Ladung in V bestimmt wird. W hat keinen Einfluss auf das elektrische Feld. Daraus folgt das der beweis ähnlich ist wie für den Ellipsoid in b).