Zuverlässigkeitsrechnung

Die Zuverlässigkeitsrechnung macht statistische Aussagen über die Lebensdauer von Gebrauchsgegenständen, z. B. von Glühbirnen (siehe Abb. 1) Über gemessene Daten wird eine Dichtefunktion hergeleitet, deren bestimmtes Integral über eine gewisse Zeit dann die Wahrscheinlichkeit beschreibt, dass das Gerät in diesem Zeitraum kaputt geht.

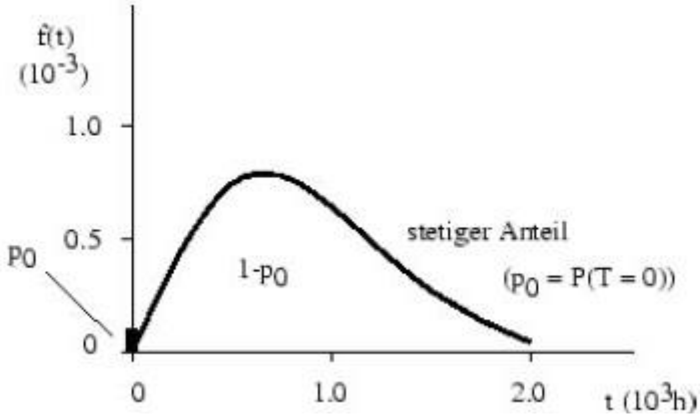

Abbildung 1 Dichtefunktion für die Lebensdauer von Glühbirnen

a) An der Stelle $t = 0$ sieht man ein mit P_0 gekennzeichnetes Rechteck. Dieses steht für all jene Glühbirnen, die bereits zu Beginn des Tests kaputt waren, daraus folgt dann, dass die Menge der Glühbirnen unter dem Graphen nicht mehr 1 (also 100%), sondern nur $1 - P_0$ ist. Die bereits kaputten Glühbirnen konnten logischerweise nicht getestet werden.

b) Wir suchen hier die Dichtefunktion $f(t)$, das heisst die Ableitung von $F(t) = \frac{\Gamma(\alpha,\frac{t}{\beta})}{\Gamma(\alpha)}$, mit $\Gamma\left(\alpha,\frac{t}{\beta}\right) = \int_0^{\frac{t}{\beta}} y^{\alpha-1} \cdot e^{-y} dy$ und $\Gamma(\alpha) = \lim_{t\to\infty} \int_0^{\frac{t}{\beta}} y^{\alpha-1} \cdot e^{-y} dy$

Das heisst unsere gesuchte Funktion sieht wie folgt aus:

$$f(t) = \frac{1}{\beta} \cdot \frac{t}{\beta}^{\alpha-1} \cdot e^{-\frac{t}{\beta}}$$

Der Nenner aus der Stammfunktion entfällt, da das Integral bis unendlich dieser Funktion gegen 1 strebt (alle Glühbirnen sind nach unendlicher Zeit kaputt).

c) Wenn man nun die Funktion im Zähler als Verallgemeinerung durch $\Gamma(\alpha, g(t))$, mit $g(t)$ stetig differenzierbar, ersetzen würde, würde das Ganze so aussehen:

$$f(t) = g'(t) \cdot g(t)^{\alpha-1} \cdot e^{-g(t)}$$

Und im Spezialfall von $f(0)\, mit\, \alpha = 1$ fällt der mittlere Term weg, sodass nur noch

$$f(0) = g'(t) \cdot e^{-g(t)}$$

Übrig bleibt.