

Drei Fragen, wie sie im Sommer auftreten könnten

1. Rechenaufgabe

Berechnen Sie das Integral

$$\int x^2 \log(x) dx.$$

2. Anwendung der Theorie

Seien $a < b$ zwei reelle Zahlen und sei $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ eine differenzierbare, konvexe Funktion mit $f(a) < 0$ und $f(b) > 0$. Zeigen Sie, dass f eine eindeutig bestimmte Nullstelle $z \in [a, b]$ besitzt.

3. Theorie aus der Vorlesung

Sei $(f_n)_n$ eine Folge stetiger Funktionen $f_n : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, welche gleichmässig gegen eine Funktion $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ konvergiert. Zeigen Sie, dass f stetig ist.