

Drei Fragen, wie sie im Sommer auftreten könnten

1. Rechenaufgabe

Bestimmen Sie die Lösung von

$$y'(x) = x(y(x)^2 - 1), \quad y(0) = 2$$

und ihr maximales Existenzintervall.

2. Anwendung der Theorie

Seien $a < b$ reelle Zahlen und sei $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}^d$ stetig. Es bezeichne $\|\cdot\|$ wie üblich die Euklidische Norm auf \mathbb{R}^d . Zeigen Sie, dass

$$\left\| \int_a^b f(t) dt \right\| \leq \int_a^b \|f(t)\| dt$$

gilt.

3. Theorie aus der Vorlesung

Definieren Sie das Riemann-Integral für $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$, wobei $a < b$ reelle Zahlen sind. Sie dürfen dabei den Begriff der Treppenfunktionen voraussetzen.