

Drei Fragen, wie sie im Sommer auftreten könnten

1. Rechenaufgabe

Sei $D = \{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^2 \mid x_1^2 + x_2^2 \leq 1\} \subseteq \mathbb{R}^2$ die abgeschlossene Kreisscheibe. Berechnen Sie das Integral

$$\int_D (x^2 + y^2) \, dx \, dy.$$

2. Anwendung der Theorie

Sei $U \subseteq \mathbb{R}^n$ offen und sei $\Phi : U \rightarrow \mathbb{R}^n$ eine Lipschitz-stetige Abbildung. Zeigen Sie, dass das Bild unter Φ von einer Lebesgue Nullmenge $N \subseteq U$ wieder eine Lebesgue Nullmenge ist.

3. Theorie aus der Vorlesung

Definieren Sie "Jordan-messbar" und beweisen Sie, dass eine Teilmenge $B \subseteq \mathbb{R}^n$ genau dann Jordan-messbar ist, wenn sie beschränkt ist und der Rand ∂B eine Nullmenge ist.

Falls Sie für Ihren Beweis einen weiteren Satz aus dem Skript verwenden, dann formulieren Sie diesen Satz ebenfalls.