Serie 4

Aufgabe 1 ist online zu lösen. Schicken Sie Ihre Lösung bis spätestens **Freitag, den 27. Oktober um 14:00 Uhr** ab.
Die schriftlichen Aufgaben können Sie am selben Tag in Ihrer Übungsstunde abgeben oder im entsprechenden Fach im **HG J 68**.

---

1. Gegeben seien die Matrizen

$$A := \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ -2 & 3 & 4 \end{pmatrix}, B := \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 5 & 3 \\ 2 & 6 \end{pmatrix}.$$

Welche der folgenden Aussagen sind richtig?

(a) $(AB)^T = A^T B^T$.

(b) $(AB)^T = B^T A^T$.

(c) $A^T A$ ist symmetrisch.

(d) AA^T ist symmetrisch.

(e) Ist C eine beliebige quadratische Matrix, so ist $C + C^T$ symmetrisch.

2. Gegeben sind die Matrizen

$$A = \begin{pmatrix} -6 & -1 & 2 \\ 4 & 3 & -5 \\ 1 & -2 & 3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 3 \\ 4 & 6 \end{pmatrix}, \quad x = \begin{pmatrix} 0 \\ -2 \\ 4 \end{pmatrix}, \quad y = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ -3 \end{pmatrix}.$$

a) Bilden Sie, sofern definiert, die folgenden Matrixprodukte:
$AB,\ BA,\ Ax,\ A^2 := AA,\ B^2 := BB,\ y^T x,\ yx,\ xy^T,\ B^T y,\ y^T B.$

b) Lösen Sie a) nochmals mit Hilfe von Matlab.

3. *Polynominterpolation:*
Gegeben sind die Funktionswerte $y_0, y_1, \ldots, y_n$ über den Abszissen $x_0, x_1, \ldots, x_n$. Gesucht ist das interpolierende Polynom

$$p(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \ldots + a_n x^n.$$

Es soll also gelten

$$p(x_i) = y_i, \quad \text{für} \quad 0 \le i \le n.$$

a) Man bestimme das Gleichungssystem für die Koeffizienten $a_0, a_1, \ldots, a_n$ in Matrixschreibweise.

b) Man bestimme das Interpolationspolynom für

x_i	0	1	2	3	4
y_i	0	1	0	2	0

$(n = 4)$.

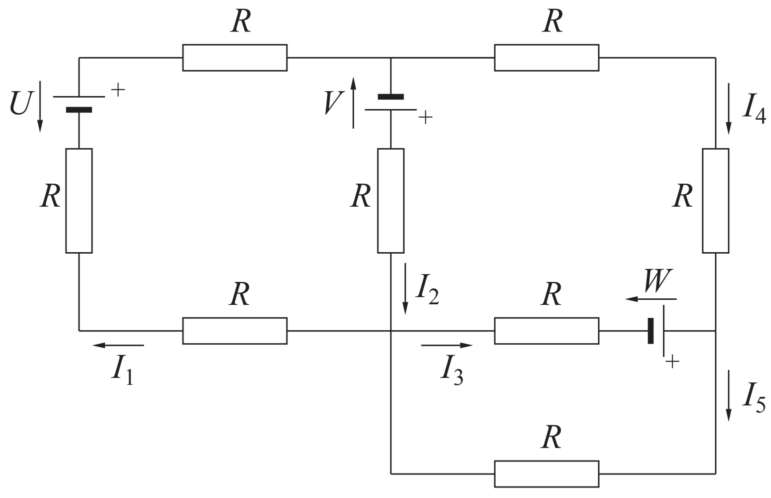
c) Man betrachte die Polynome

$$\ell_i(x) := \prod_{j=0, j\neq i}^{n} \frac{x - x_j}{x_i - x_j}.$$

Welche Werte nimmt ℓ_i in den Punkten x_k an? Man bestimme die Lösung von b) mit Hilfe der Polynome ℓ_i (Lagrangesche Interpolationsformel).

4. *Kirchhoffsche Regeln:*
Für elektrische Stromkreise gelten die folgenden Regeln:

- Die Summe der Teilströme in jedem Knoten ist Null.
- Die Summe der Teilspannungen in jeder Masche ist Null.



Bestimmen Sie das lineare Gleichungssystem für die fünf Teilströme des skizzierten Gleichstromkreises und lösen Sie es für

$$R = 300\Omega, \quad U = V = 300V, \quad W = 200V.$$

Hinweis: Wählen Sie die Vorzeichen entsprechend den Zählpfeilen!