

**Aufgabe I.** Bestimmen Sie mittels Partialbruchzerlegung die folgenden Integrale:

$$(a) \int \frac{dx}{(2x+1)\sqrt{x^2+x+1}}, \quad (b) \int \frac{\cosh(x)}{\cosh(x)+\sinh(x)}, \quad (c) \int \frac{1}{\cosh^3(x)}.$$

**Aufgabe II.** Berechnen Sie die Grenzwerte:

$$(a) \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{n^2}{(n+2k)^3}, \quad (b) \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=n+1}^{2n} \frac{1}{k^a} \text{ mit } 1 \leq a < \infty, \quad (c) \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=n+1}^{2n} \sin\left(\frac{1}{k}\right).$$

**Hinweis.** Zeigen Sie dass für alle  $x \geq 0$  gilt

$$x - \frac{x^3}{6} \leq \sin(x) \leq x.$$

**Aufgabe III.** Berechnen Sie die folgenden bestimmten oder uneigentlichen Integrale:

$$(a) I_n = \int_0^\infty \frac{dx}{(1+x^2)^{n+1}}, \quad n \in \mathbb{N}, \quad (b) \int_0^\infty \frac{e^{-at} - e^{-bt}}{t} dt, \quad \text{mit } 0 < a \leq b < \infty,$$
$$(c) \int_0^2 \frac{dx}{\sqrt{x+1}(x+4)}, \quad (d) \int_0^{\sqrt{3}} \arcsin\left(\frac{2t}{1+t^2}\right) dt.$$