

Aufgabe I. Benutzen Sie die Methode der Variation der Konstanten um eine allgemeine Lösung der folgenden Differentialgleichungen zu finden.

(a) $y' - x^2y = \cos(x)$

(b) $y' - y = \sin(2x)e^x$,

(c) $y' + 2xy = 2xe^{-x^2}$.

Aufgabe II. Benutzen Sie die Methode der Variation der Konstanten um eine allgemeine Lösung der folgenden Differentialgleichungen zu finden.

(a) $y'' - 3y = \cos(t) + \sin(t)$.

(b) $y'' + 4y' + 4y = \frac{e^{-2t}}{1+t^2}$,

(c) $y'' + y = \cos(nt)$, $n \in \mathbb{N}$.

Aufgabe III. (*) Bestimmen Sie die allgemeine reelle differenzierbare Lösung der folgenden Gleichungen:

(a) $f'(x) + f(-x) = e^x$ für alle $x \in \mathbb{R}$.

(b) $f'(x) = f(2-x)$ für alle $x \in \mathbb{R}$.

(c) $f(x+y) = e^x f(y) + e^y f(x)$ für alle $x, y \in \mathbb{R}$.

Hinweis. (c) : $\frac{f(x+h) - f(x)}{h}$.