

Schnellübung 6

Bemerkung: Diese Schnellübung wird am Mittwoch, dem 6. Dezember 2017, während der Übungsstunde gelöst.

1. Berechne das Integral $\int_{-1}^1 x \arcsin(x) dx$ mithilfe der Substitution $x = \sin u$.
2. Bestimme die Menge aller Parabeln der Form $y = -ax^2 + b$, $a > 0$, $b > 0$, welche mit der x -Achse die Fläche $\frac{4}{3}$ einschliessen.
3. Es sei $h \in [0, 1]$ eine reelle Zahl und T das Tetraeder mit Ecken in $(0, 0, 0)$, $(1, 0, 0)$, $(0, 1, 0)$ und $(0, 0, 1)$.
 - a) Berechne den Flächeninhalt $S(h)$ des Schnitts von T mit der Ebene $z = h$.
 - b) Berechne den Volumeninhalt $V(h)$ des Tetraederstumpfes, der durch Abschneiden der Spitze von T durch die Ebene $z = h$ entsteht. Was gilt für $h = 1$?
4. Es sei $p > 0$ eine reelle Zahl. Berechne den Schwerpunkt des Flächenstücks, welches durch die beiden Parabeln $y^2 = 2px$ und $x^2 = 2py$ begrenzt wird.