D-MAVT, D-MATL Analysis I HS 16
Dr. Andreas Steiger

Schnellübung 4

Bemerkung: Diese Schnellübung wird am Mittwoch, dem 8. November 2017, während der Übungsstunde gelöst.

1. Ein Kreis vom Radius r rollt im Innern eines Kreises vom Radius R ab. Die Kurve $\vec{r}(t)$, die dabei ein fester Punkt P auf dem Rand des kleinen Kreises beschreibt, heisst *Hypozykloide*.

a) Bestimme $\vec{r}(t)$ allgemein (im Fall $r \leq R$).

b) Was ergibt sich im Spezialfall $R = 4r$?

c) Was ergibt sich im Spezialfall $R = 2r$?

2. Es sei

$$f(x) = nx^n + (n-1)x^{n-1} + \cdots + 1,$$
$$g(x) = \ln(e^x - x)\ln(e^x - x^2)\cdots\ln(e^x - x^n).$$

Zeige, dass gilt $f(x) = O(g(x))$ mit $x \to +\infty$ und $g(x) = O(f(x))$ mit $x \to +\infty$.

3. Bestimmen Sie die Krümmungsfunktion $t \mapsto k(t)$ sowie die Evolute $t \mapsto \vec{z}(t)$ der kubischen Parabel $t \mapsto \vec{r}(t) = (t, t^3)$, $t \in \mathbb{R}$.

a) Wo wird die Krümmung minimal oder maximal? (Beachten Sie hierbei das Vorzeichen.)

b) Wie verhält sich $\vec{z}(t)$ in der Nähe von $t = 0$?

4. Die *Astroide* ist durch folgende implizite Gleichung gegeben

$$x^{2/3} + y^{2/3} = 1.$$

Finde die Gleichung der Astroide in Polarkoordinaten (d.h. $\varrho = f(\varphi), \varphi \in [0, 2\pi]$). Für welche Winkel $\varphi \in [0, 2\pi]$ ist der Radius ϱ minimal?