Serie 4

Die erste Aufgabe ist eine Multiple-Choice-Aufgabe (MC-Aufgabe), die online gelöst wird. Bitte schicken Sie Ihre Lösungen zu den Online MC-Fragen bis *Mittwoch, 25.10.2017 um 08:00 Uhr* ab.

Bemerkung: Bei einigen MC-Aufgaben sind mehrere Antworten richtig. Eine MC-Aufgabe ist dann korrekt gelöst und mit einem Punkt bewertet, wenn Sie genau die richtigen Antworten angeben. Andernfalls wird sie mit Null bewertet. Falls Sie die Lösung nicht wissen, raten Sie nicht. So erhalten wir eine gute Rückmeldung über allfällige Unklarheiten. Viel Erfolg!

Abgabetermin für die schriftlichen Aufgaben: *Mittwoch, 25.10.2017* in der Schnellübung.

Homepage der Vorlesung: `https://metaphor.ethz.ch/x/2017/hs/401-0261-GXL/`

---

1. MC-Aufgaben (Online-Abgabe)

1. Es sei $f\colon [a,b] \to \mathbb{R}$ eine Funktion. Welche der folgenden Aussagen ist richtig?

(a) f ist stetig $\Longleftrightarrow$ f ist differenzierbar.

(b) f ist stetig $\Longrightarrow$ f ist differenzierbar.

(c) f ist stetig $\Longleftarrow$ f ist differenzierbar.

(d) Es gibt keinen derartigen Zusammenhang zwischen Stetigkeit und Differenzierbarkeit.

2. Wie lautet die Gleichung der Tangente an den Graphen der Funktion

$$f\colon [2,\infty) \to \mathbb{R}, \quad x \mapsto \sqrt{x-2},$$

an der Stelle $x = 6$?

(a) $y = -\frac{1}{4}x + \frac{7}{2}$.

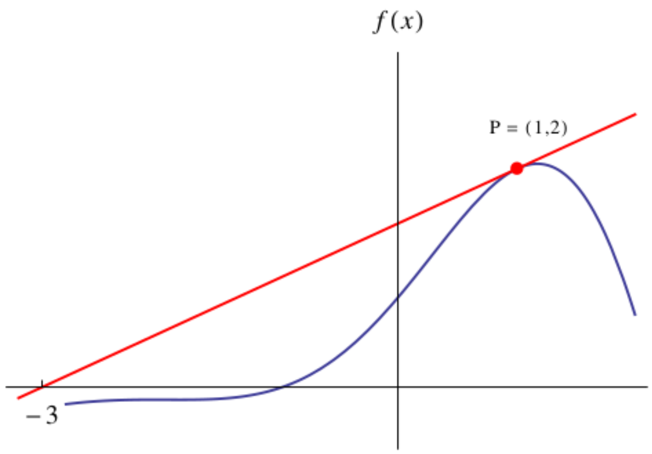
(b) $y = \frac{1}{4}x + \frac{1}{2}$.

(c) $y = \frac{1}{2}x - 1$.

(d) $y = x - 4$.

(e) Keine der obigen Antworten ist richtig.

3. Im folgenden Bild ist die rote Gerade im Punkt P tangential an die blaue Kurve, die der Graph einer Funktion $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ ist. Welchen Wert hat die Ableitung f' an der Stelle 1?



(a) 2

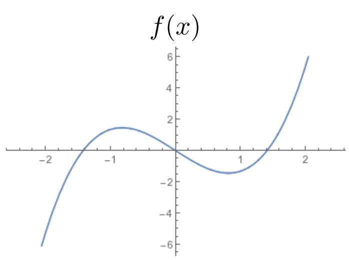
(b) $\frac{1}{2}$

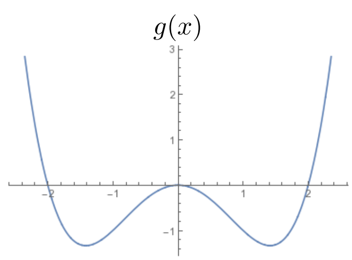
(c) $-\frac{2}{3}$

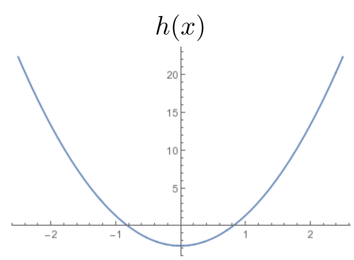
(d) -2

(e) Keiner dieser Werte ist korrekt.

4. Gegeben seien die folgenden Graphen von Funktionen







Welche der folgenden Aussagen sind korrekt?

(a) $f' = g$

(b) $g' = f$

(c) $f' = h$

(d) $h' = g$

(e) $g'' = h$

(f) $f'' = g$

Siehe nächstes Blatt!

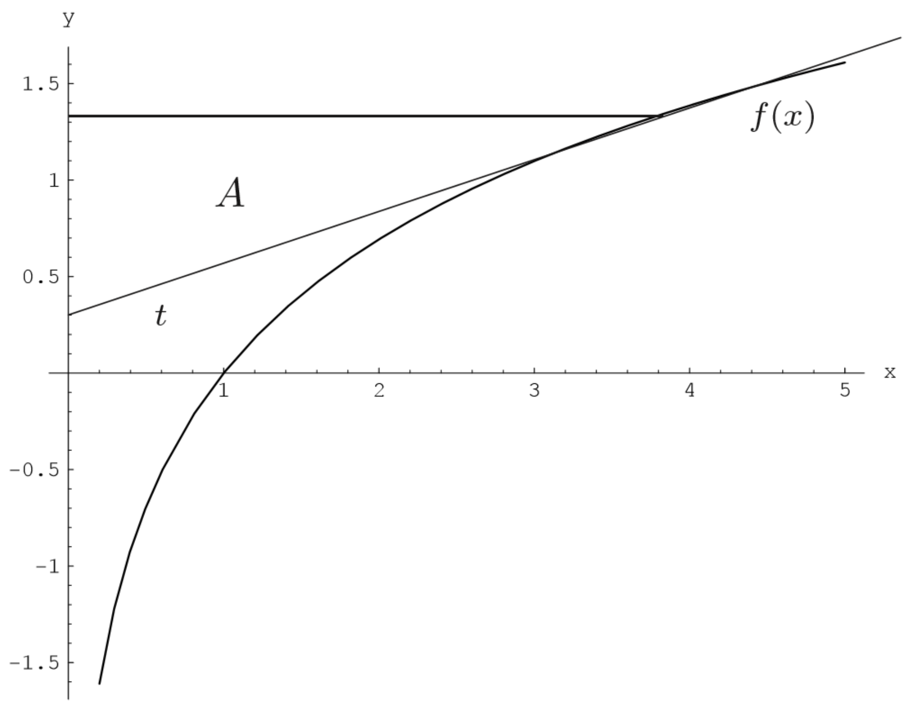
2. Berechne $f'\colon D(f) \to \mathbb{R}$ für

a) $f\colon [-1,1] \to [0,\pi],\ x \mapsto \arccos(x)$;

b) $f\colon \mathbb{R}_{\geq 0} \to \mathbb{R},\ x \mapsto \left(x^{\frac{1}{3}} + \sin\left(\arctan(x)\right)\right)^{2017}$;

c) der Umkehrfunktion f von $g\colon (0,+\infty) \to (0,2),\ x \mapsto 2e^{-x^2}$;

3. a) Es sei die Funktion $f\colon \mathbb{R}_{>0} \to \mathbb{R}$ durch die Abbildungsvorschrift $x \mapsto \ln(x)$ gegeben. Berechne in Abhängigkeit von x die Fläche des Dreiecks A, wobei t die Tangente an den Graphen von f bezeichnet.



b) Es sei nun $f\colon \mathbb{R}_{>0} \to \mathbb{R}$ gegeben durch $f(x) = 4 - \frac{2}{x}$. Bestimmen Sie einen Wert von x, für den die Fläche des Dreiecks A, konstruiert wie in Teilaufgabe (a), den Wert 1 annimmt.

4. Es sei x eine kleine Grösse. Finde *lineare Näherungen* (d.h. die lineare Ersatzfunktion im Punkt 0) für die folgenden Ausdrücke:

a) $\frac{1}{(1+x)^2} - 1$;

b) e^{1+x};

c) $(1000 - x)^{\frac{1}{3}}$;

d)* $\prod_{k=0}^{364} \left(1 - \frac{kx}{365}\right)$.

Bitte wenden!

5. In einem geraden Kreiskegel sei die Höhe h genau bekannt. Der halbe Öffnungswinkel α wird gemessen, wobei der Messfehler kleiner als $\Delta\alpha$ ist. Wie wirkt sich dieser Messfehler bei der Berechnung des Volumens des Kegels aus? Berechne den *absoluten* und den *relativen* Fehler.