Die Vektorraumaxiome

Definition: *Sei* $\mathbb{K}$ *ein Körper. Eine Menge* V *zusammen mit einer inneren Verknüpfung (Addition genannt)*

$$+ : V \times V \to V; (u, v) \mapsto u + v$$

und einer äusseren Verknüpfung (Multiplikation genannt)

$$\cdot : \mathbb{K} \times V \to V; (\lambda, v) \mapsto \lambda \cdot v$$

heisst ein Vektorraum über $\mathbb{K}$ *wenn folgende Vektorraumaxiome gelten:*

(VR1) $\forall u, v \in V : u + v = v + u$

(VR2) $\forall u, v, w \in V : (u + v) + w = u + (v + w)$

(VR3) $\exists\, 0_V \in V\, \forall u \in V : 0_V + u = u$

(VR4) $\forall u \in V\, \exists\, v \in V : u + v = 0_V$

(VR5) $\forall u \in V : 1 \cdot u = u$

(VR6) $\forall \lambda, \mu \in \mathbb{K}\, \forall u \in V : (\lambda \cdot \mu) \cdot u = \lambda \cdot (\mu \cdot u)$

(VR7) $\forall \lambda \in \mathbb{K}\, \forall u, v \in V : \lambda \cdot (u + v) = \lambda \cdot u + \lambda \cdot v$

(VR8) $\forall \lambda, \mu \in \mathbb{K}\, \forall u \in V : (\lambda + \mu) \cdot u = \lambda \cdot u + \mu \cdot u$