

## Serie 2: Zusatz

### Aufgabe

Es sei  $\phi : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  eine Abbildung. Die Abbildung  $\phi$  erhält die Distanz  $r \in \mathbb{R}_{>0}$ , falls für alle Punkte  $P, Q \in \mathbb{R}^2$  gilt:  $d(P, Q) = r$  impliziert  $d(\phi(P), \phi(Q)) = r$ .

Beweisen Sie: Falls für jedes  $t \in \mathbb{R}_{>0}$  reelle Zahlen  $r$  und  $R$  existieren, sodass  $0 < r < t < R$  und  $\phi$  die Distanzen  $r$  und  $R$  erhält, dann ist  $\phi$  eine Isometrie.