

Übungsblatt 0

Abgabe am 26. September 17

In diesem Übungsblatt wiederholen wir das grundlegende Rechnen mit komplexen Zahlen. Es wird nicht abgegeben.

Aufgabe 1.

(i) Berechne in der Form $a + bi$:

$$\frac{1+i}{1-i} \qquad (1+i\sqrt{3})^3 \qquad (1+i)^4$$
$$\frac{(1+i)^5}{(1-i)^5} \qquad (1+i)^n + (1-i)^n$$

(ii) Stelle diese komplexen Zahlen in der Form $re^{2\pi it}$ dar:

$$\frac{4i}{1+i} \qquad \frac{-3}{1+\sqrt{3}}$$

(iii) Finde alle Lösungen der Gleichungen in der Form $a + bi$:

$$x^3 = 1 \qquad x^4 = -2$$

Aufgabe 2. Zeige für $z_1, z_2 \in \mathbb{C}$:

- (i) $|z_1 - z_2| \geq ||z_1| - |z_2||$
(ii) $|z_1 + z_2|^2 + |z_1 - z_2|^2 = 2(|z_1|^2 + |z_2|^2)$

Aufgabe 3.

(i) Beschreibe die Teilmenge der komplexen Zahlen z , die jeweils die folgenden Bedingungen erfüllen:

a) $1 < |3z + 4| < 2$

b) $|z - 1| < |z|$

c) $\operatorname{Re}(iz + 2) \geq 0$

d) $|\operatorname{Re} z| < |z|$

e) $|z - 1| + |z + 1| = 3$

f) $|z| = \operatorname{Re} z + 1$

g)

$$\operatorname{Im} \frac{z - z_1}{z - z_2} = 0 \quad (z \neq z_2)$$

h)

$$\operatorname{Re} \frac{z - z_1}{z - z_2} = 0 \quad (z \neq z_2)$$

In den letzten beiden Teilaufgaben sind $z_1, z_2 \in \mathbb{C}$ zwei feste, voneinander verschiedene komplexe Zahlen.

- (ii) Zeige, dass $z_1, z_2, z_3 \in \mathbb{C}$ die Ecken eines gleichseitigen Dreiecks bilden, falls $z_1 + z_2 + z_3 = 0$ und $|z_1| = |z_2| = |z_3|$.

Abgabe dienstags in der Übungsstunde oder bis 15:00 in den Fächern im HG J 68.