

### 8.1. MC Fragen

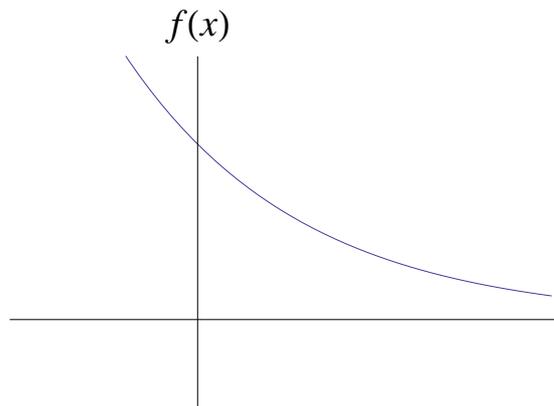
(a) Seien  $a, b \in \mathbb{R}$  mit  $a < b$  und sei  $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$  eine stetige Funktion, die differenzierbar auf  $]a, b[$  ist, mit

$$f'(t) = 0 \quad \forall t \in ]a, b[.$$

Dann gilt

- $f(t) = f(a)$  für alle  $t \in [a, b]$ .
- $f(t) < f(s)$  für alle  $t < s$ .
- $f(t) > f(s)$  für alle  $t < s$ .

(b) Die folgende Abbildung zeigt den Graphen einer zweimal differenzierbaren Funktion  $f$ . Was lässt sich über  $f$ ,  $f'$  und  $f''$  sagen?



- Nichts
- Die Funktion  $f$  ist positiv.
- Die Funktion  $f$  ist negativ.
- Die erste Ableitung  $f'$  ist positiv.
- Die erste Ableitung  $f'$  ist negativ
- Die zweite Ableitung  $f''$  ist positiv.
- Die zweite Ableitung  $f''$  ist negativ.

(c) Die Funktion  $\arcsin$  erfüllt

- $\arcsin : [-1, 1] \rightarrow [-\pi, \pi]$  und  $\arcsin(\cos(x)) = x$  für alle  $x \in [-\pi, \pi]$ .
- $\arcsin : [-1, 1] \rightarrow [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$  und  $\arcsin(\sin(x)) = x$  für alle  $x \in [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$ .

$\arcsin'(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

$\arcsin'(x) = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

**8.2. Mittelwertsatz** Finden Sie für jede der folgenden Funktionen  $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$  alle Punkte  $c \in [a, b]$ , die die Bedingung des Mittelwertsatzes erfüllen:

$$f_1 : [2, 5] \rightarrow \mathbb{R}, \quad f_1(x) = 3x^2 - 5x + 1,$$

$$f_2 : [1, 3] \rightarrow \mathbb{R}, \quad f_2(x) = \frac{x+3}{x-4},$$

$$f_3 : [-3, 4] \rightarrow \mathbb{R}, \quad f_3(x) = \sqrt{25 - x^2}.$$

**8.3. arctan** Gegeben Sei die Abbildung

$$f : \mathbb{R} \rightarrow ]-\frac{\pi}{2}, \infty[ \\ x \mapsto e^x + \arctan x.$$

Zeigen Sie, dass  $f$  differenzierbar und bijektiv ist.

Zeigen Sie, dass  $f^{-1}$  differenzierbar ist und berechnen Sie  $(f^{-1})'(1)$ .

**8.4. Mit l'Hôpital** Bestimmen Sie folgende Grenzwerte. Weisen Sie vor jeder Anwendung des Satzes von Bernoulli-de l'Hôpital dessen Voraussetzungen nach.

(a)  $\lim_{x \searrow 0} \frac{e^x \sin x}{x}$

(d)  $\lim_{x \searrow 0} \left( \frac{1}{e^x - 1} - \frac{1}{\sin x} \right)$

(b)  $\lim_{x \searrow 0} \frac{\sqrt{1 - \cos x}}{x}$

(e)  $\lim_{x \searrow 0} \sqrt[x]{1+x}$

(c)  $\lim_{x \searrow \frac{\pi}{2}} \frac{\sin(x) + \sin(3x)}{\cos(2x)}$

(f)  $\lim_{x \searrow 0} \frac{1}{x} \left( \frac{1}{\sin(x)} - \frac{1}{x} \right)$