D-MAVT, D-MATL
Dr. Andreas Steiger

Analysis II

FS 18

Schnellübung 13

Bemerkung: Diese Schnellübung wird am Mittwoch, dem 30.05.2018, während der Übungsstunde gelöst.

1. Gegeben sei die Differentialgleichung

$$y'' + (\lambda - 4)\, y' + \frac{1}{2}\,\lambda\, y = 0\,.$$

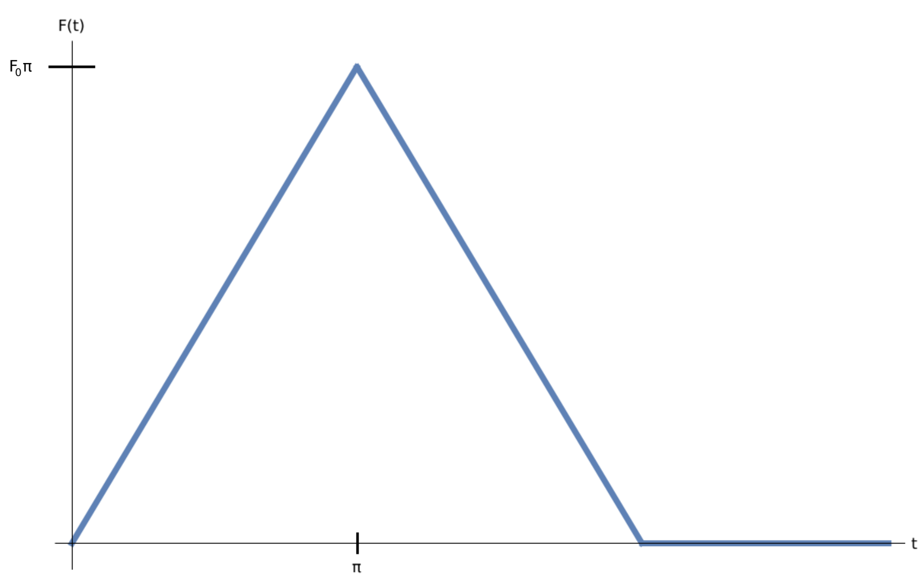
Für welche Werte des reellen Parameters λ gibt es eine von Null verschiedene Lösung $y(x)$, die für $x \to \infty$ beschränkt bleibt?

2. Man finde die Lösung des Anfangswertproblem

$$\begin{aligned} u'' + u &= F(t) \\ u(0) = u'(0) &= 0, \end{aligned}$$

wobei F_0 eine Konstante ist und

$$F(t) = \begin{cases} F_0 t, & 0 \le t < \pi \\ F_0(2\pi - t), & \pi \le t < 2\pi \\ 0, & t \ge 2\pi. \end{cases}$$



Bitte wenden!

3. Man löse das Differentialgleichungssystem

$$\begin{cases} \dot{x} & = & 2y \\ \dot{y} & = & -4x + 6y \\ x(0) & = & 1 \\ y(0) & = & 2 \end{cases}$$

4. Man bestimme die allgemeine Lösung der Differentialgleichung

$$x^2 y'' + 4xy' + 2y = 3x$$

und zeige, dass sie nur eine auf der ganzen reellen Achse definierte Lösung hat.

5. Eine Lösungskurve $y = u(x)$ der Differentialgleichung $y'' - 3y' - 4y = 0$ schneidet eine Lösungskurve $y = w(x)$ der Gleichung $y'' + 4y' - 5y = 0$ im Ursprung. An dieser Stelle haben beide Kurven die selbe Steigung. Man bestimme die Funktionen u und w, wenn ausserdem die Bedingung

$$\lim_{x\to\infty} \frac{w(x)^4}{u(x)} = \frac{5}{6}$$

erfüllt wird.