

Serie 22

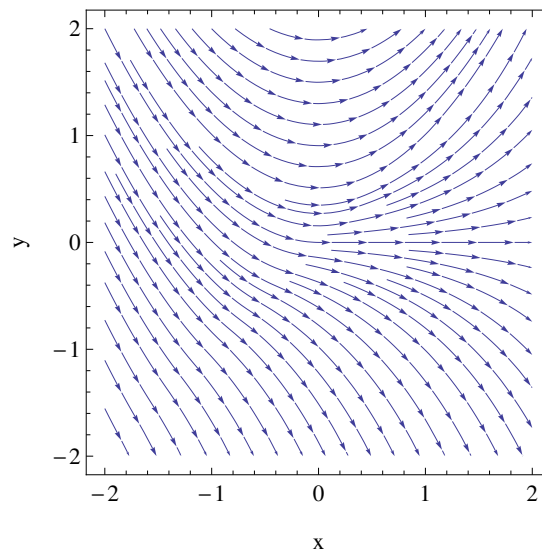
Die erste Aufgabe ist eine Multiple-Choice-Aufgabe (MC-Aufgabe), die online gelöst wird. Bitte schicken Sie Ihre Lösungen zu den Online MC-Fragen bis **Mittwoch, 09.05.2018 um 12.00 Uhr** ab.

Bemerkung: Bei einigen MC-Aufgaben sind mehrere Antworten richtig. Eine MC-Aufgabe ist dann korrekt gelöst und mit einem Punkt bewertet, wenn Sie genau die richtigen Antworten angeben. Andernfalls wird sie mit Null bewertet. Falls Sie die Lösung nicht wissen, raten Sie nicht. So erhalten wir eine gute Rückmeldung über allfällige Unklarheiten. Viel Erfolg!

Abgabetermin für die schriftlichen Aufgaben: Mittwoch, 09.05.2018 in der Vorlesung.

MC-Aufgaben (Online-Abgabe)

1. Welche der folgenden Differentialgleichungen hat das gegebene Richtungsfeld?



- (a) $y' = x + y$
- (b) $y' = x - y$
- (c) $y' = \min\{x, y\}$
- (d) $y' = \max\{x, y\}$
- (e) $y' = |y| - |x|$

Bitte wenden!

2. Welche Ordnung hat die Differentialgleichung $y'' - x^2y' + y^4 = 0$?

- (a) -1
- (b) 0
- (c) 1
- (d) 2
- (e) 4

3. Klicken Sie die **falsche** Aussage an:

Die Differentialgleichung $\frac{x^2}{2}y'' - xy' + y = 0$

- (a) besitzt die Funktion $y : x \rightarrow x$ als Lösung;
- (b) besitzt die Funktion $y : x \rightarrow x^2$ als Lösung;
- (c) besitzt unendlich viele Lösungen;
- (d) besitzt genau zwei Lösungen.

4. Die Substitution

$$y(x) = g(x)e^{-\frac{x^2}{2}}$$

in der Differentialgleichung

$$x^2y + 2xy' + y'' = -2 \cos(x)e^{-\frac{x^2}{2}}$$

liefert...

- (a) $x^2g + 2xg' + g'' = -2 \cos x$
- (b) $-x^2g + 2xg' + g'' = -2 \cos x$
- (c) $g'' - g = -2 \cos x$
- (d) $g'' - xg' = -2 \cos x$

Siehe nächstes Blatt!

5. Betrachten Sie die Tangente an den Graphen der Funktion $x \mapsto y(x)$ im Punkt $(x, y(x))$. Wie lautet die Differentialgleichung dafür, dass diese Tangente die x -Achse im vorgegebenen Abstand c vom Punkt $(x, 0)$ schneidet?

(a) $x - \frac{y}{y'} = c$

(b) $\frac{y}{y'} = c$

(c) $yy' = c$

(d) $\left| \frac{y}{y'} \right| = c$

Übungsaufgaben

6. Bestimmen Sie die Lösung folgender Anfangswertprobleme (alle diese Differentialgleichungen sind separierbar):

a) $(x^2 + 3)y' + 2xy = x$,
mit $y(0) = 1$.

d) $yy' = xy^2 + 2x$, mit $y(-1) = -1$. Existenzintervall?

b) $y' = xe^{x+y}$, mit $y(1) = -1$.

e) $y' = \alpha\sqrt{y} - \beta y$, mit $y(0) = 0$.

c) $y' = \frac{\cos^2 y}{\sin^2 x}$, mit $y(\frac{\pi}{2}) = 0$.

f) $(x^2 + x - 6)y' = \frac{5}{2y}$, mit $x > 5$ und $\lim_{x \rightarrow \infty} y(x) = -1$.

7. Gegeben ist die Differentialgleichung

$$y'x^2 = -xy - x^2 - y^2.$$

Man finde die Lösung, die durch die Anfangsbedingung $x_0 = 1, y_0 = 1$ gegeben ist, und bestimme deren Nullstellen. *Hinweis*: Substitution!

8. a) Bestimme ein ebenes Vektorfeld $v(x, y)$, welches als Feldlinien alle Kreise mit Mittelpunkt in $(1, 1)$ besitzt.

b) Die Feldlinien des Vektorfelds $w(x, y) := (x, y + 1)$ sind für $x \neq 0$ Graphen von Lösungen einer Differentialgleichung. Wie lautet diese Differentialgleichung? Bestimmen Sie die allgemeine Lösung.

9. Finden Sie die Lösung $t \mapsto x(t)$ der Differentialgleichung

$$\ddot{x} = -\dot{x}^2 + 1$$

mit Anfangsbedingungen $x(0) = 0$ und $\dot{x}(0) = 0$, und diskutieren Sie das Verhalten der Geschwindigkeit $\dot{x}(t)$ für $t \rightarrow \infty$.

Hinweis: Betrachten Sie zuerst $v(t) = \dot{x}(t)$.