Serie 6

Abgabetermin: *Mittwoch, 11.04.2018* in die Fächli im HG F 28.

Homepage der Vorlesung: `https://metaphor.ethz.ch/x/2018/fs/401-2284-00L/`

---

1. Es sei $A \subset \mathbb{R}^n$ eine $\mathcal{H}^n$-messbare Menge mit $\mathcal{H}^n(A) < +\infty$ und es sei $f\colon A \to Y$ eine Lipschitz-stetige Abbildung in einen metrischen Raum (Y, d). Zeige: die Menge $f(A)$ ist eine $\mathcal{H}^n$-messbare Menge.

2. Es sei $\gamma\colon [0,1] \to X$ eine stetige injektive Kurve in einen metrischen Raum (X, d). Wir definieren die Bogenlänge von γ als

$$L(\gamma) := \sup\Big\{ \sum_{i=1}^{N} d(\gamma(t_{i-1}), \gamma(t_i)) : N \geq 1 \text{ und } 0 \leq t_0 \leq \cdots \leq t_N \leq 1 \Big\}.$$

Zeige: $\mathcal{H}^1\big(\gamma\left([0,1]\right)\big) = L(\gamma)$.

3. Es bezeichne $C \subset [0,1]$ die *allgemeine* Cantormenge aus Aufgabe 4, Serie 5. Berechne die Hausdorff-Dimension der allgemeinen Cantormenge C in Abhängigkeit der γ_k.

4.* Berechne die Hausdorff-Dimension der Koch-Kurve, des Sierpiński-Dreiecks und des Sierpiński-Teppichs.