Serie 3

1. Student Christoph fährt jeden Tag mit dem Velo an die ETH. Dabei kommt er an genau zwei Kreuzungen mit Ampeln vorbei. Aus Erfahrung weiss Christoph, dass er an der ersten Ampel mit Wahrscheinlichkeit 25% warten muss. Auf Grund der Ampelsteuerung und Christophs Fahrgeschwindigkeit hängt die Wahrscheinlichkeit, dass Christoph an der zweiten Ampel warten muss davon ab, ob er an der ersten Ampel warten musste oder nicht. Falls er an der ersten Ampel nicht warten musste, ist die Wahrscheinlichkeit an der zweiten auch nicht warten zu müssen $\frac{2}{3}$. Hatte er an der ersten Ampel hingegen "rot", muss er mit Wahrscheinlichkeit $\frac{1}{7}$ auch an der zweiten Ampel warten. Christoph kommt genau dann zu spät zur Vorlesung, wenn er an wenigstens einer Ampel warten muss.

a) Mit welcher Wahrscheinlichkeit muss Christoph an genau einer Ampel warten?

b) Mit welcher Wahrscheinlichkeit kommt Christoph zu spät zur Vorlesung?

c) Mit welcher Wahrscheinlichkeit hatte Christoph an der ersten Ampel "grün", gegeben, dass er an der zweiten Ampel nicht warten musste?

Hinweis: Falls Sie Teil **b)** nicht gelöst haben, benutzen Sie im Folgenden für die Wahrscheinlichkeit, dass Christoph zu spät zur Vorlesung kommt den Wert $\frac{1}{2}$.

d) Mit welcher Wahrscheinlichkeit musste Christoph an der ersten Ampel warten, gegeben, dass er zu spät zur Vorlesung kam? Sind die Ereignisse "Christoph kommt zu spät zur Vorlesung" und "Christoph muss an der ersten Ampel warten" unabhängig?

e) Christoph fährt im Februar 10-mal an die ETH. Nehmen Sie an, die Ereignisse, dass er an einem der 10 Tage zu spät zur Vorlesung kommt, seien unabhängig. Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass er im Februar mindestens zweimal zu spät zur Vorlesung kommt?

Hinweis: Potenzen wie beispielsweise 2^{10} müssen nicht weiter vereinfacht werden.

Bitte wenden!

2. Heidi und Peter lassen sich im Fach Stochastik prüfen. Jede Prüfung wird mit einer der drei Noten A, B oder C bewertet. Die beiden schätzen den Ausgang ihrer Prüfungen folgendermassen ein:
Die Wahrscheinlichkeit, dass Peter ein B bekommt, ist 0.3. Die Wahrscheinlichkeit, dass Heidi ein B erhält, ist 0.4. Die Wahrscheinlichkeit, dass keine(r) von beiden ein A, jedoch mindestens eine(r) ein B bekommt, ist 0.1.
Wie gross ist demnach die Wahrscheinlichkeit, dass wenigstens eine(r) von beiden ein B und keine(r) ein C erhält? Definieren Sie zur Beantwortung dieser Frage zunächst einen geeigneten Grundraum.

3. Die Anzahl Y defekter Stellen auf einem Chip sei poissonverteilt mit Parameter λ. Sei X die Anzahl der Fehler in einem bestimmten Teilgebiet des Chips. Wir nehmen an, dass sich jeder der insgesamt Y Fehler unabhängig von den anderen mit Wahrscheinlichkeit $p \in (0,1)$ in diesem Teilgebiet befindet.

a) Bestimmen Sie die Verteilung von X und die von $Y - X$.

b) Sind X und $Y - X$ unabhängig voneinander?

Hinweis: Poisson Verteilung

$$\mathbb{P}(Y = k) = e^{-\lambda} \cdot \frac{\lambda^k}{k!} \quad \text{for } x \in \mathbb{N}_0$$

Abgabe: Dienstag, den 13.3.2018 in der Übungsstunde..