

Serie 11

1. X_1, X_2, \dots seien iid mit Dichte

$$f_{\vartheta}(x) = \begin{cases} (\vartheta - 1)x^{-\vartheta} & (x \geq 1) \\ 0 & (\text{sonst}) \end{cases},$$

wobei $\vartheta \in (1, \infty)$ ein unbekannter Parameter ist.

- a) Berechnen Sie den Maximum Likelihood Schätzer T_n für ϑ , basierend auf n Beobachtungen.
- b) Ist (T_n) schwach bzw. stark konsistent für ϑ ?

2. Wir betrachten die uniforme Verteilung auf $[0, \theta]$.

- a) Bestimme den Maximum-Likelihood Schätzer T_n für θ . Warum ist dieser nicht erwartungstreu? (Begründe ohne zu rechnen.)
Vorsicht: Die Likelihood-Funktion ist nicht differenzierbar.
- b) Berechne die Dichtefunktion für T_n . Benutze dies, um einen Faktor c zu bestimmen so dass cT_n erwartungstreu ist.
- c) Wie verhält sich die Varianz von cT_n für $n \rightarrow \infty$?
- d) Schätze nun θ mit der Momenten-Methode, d.h. finde denjenigen Parameter θ für welche der Erwartungswert gleich dem empirisches Mittel ist.

3. Um die Anzahl N der Fische in einem Teich zu schätzen, werden 5 verschiedene Fische eingefangen, markiert und wieder in den Teich eingesetzt. Man nimmt an, dass sich nach einer gewissen Zeit die markierten Fische mit den übrigen Fischen gut vermischt haben und fängt dann 11 Fische. Von diesen 11 Fischen sind 3 markiert und 8 nicht markiert.
Geben Sie eine Maximum-Likelihood-Schätzung für N an.

Abgabe: Dienstag, den 22.05.2018 in der Übungsstunde.