

Serie 2 - Bonusaufgabe

Die Abgabe der Bonusaufgabe erfolgt am **Freitag, den 5. Oktober** in Ihrer Übungsstunde. Die Abgabe kann ausschliesslich in derjenigen Übungsgruppe erfolgen, in die Sie sich zu Beginn des Semesters eingeschrieben haben. Eine verspätete Abgabe ist nicht möglich.

Diese Bonusaufgabe wird mit 0 oder 1 Punkt bewertet, wobei 1 Punkt vergeben wird, wenn die Bonusaufgabe sinnvoll und umfassend bearbeitet wurde.

1.

a) Betrachten Sie das folgende lineare Gleichungssystem:

$$\begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 \\ 3 \end{pmatrix}.$$

Interpretieren Sie die beiden Gleichungen des Systems als Geradengleichungen und zeichnen Sie diese Geraden in ein 2-dimensionales Koordinatensystem ein. Zeichnen Sie zudem auch die Lösungsmenge des Gleichungssystems in das Koordinatensystem ein.

b) Geben Sie das lineare Gleichungssystem an, dessen geometrische Darstellung im Koordinatensystem in Abbildung 1 eingezeichnet ist.

c) Geben Sie ein eigenes Beispiel für ein 2×2 lineares Gleichungssystem, welches unendlich viele Lösungen besitzt. Zeichnen Sie zudem dessen geometrische Darstellung in ein 2-dimensionales Koordinatensystem ein.

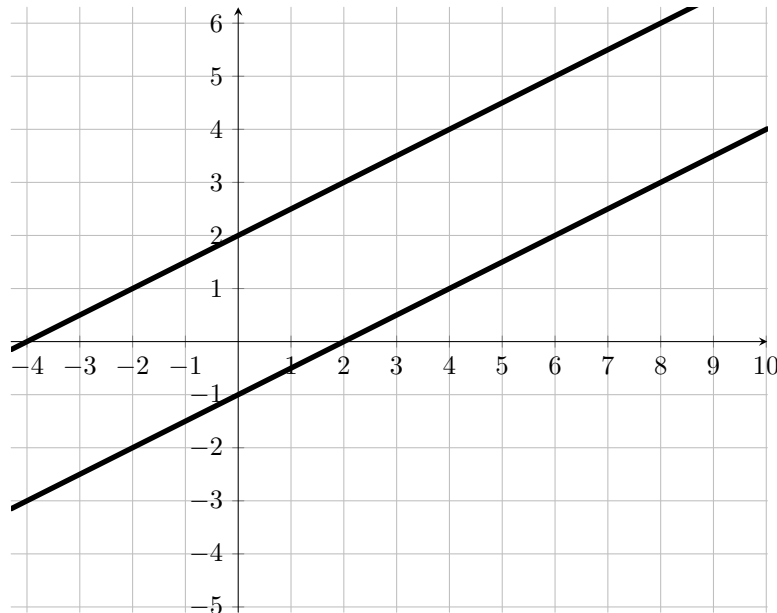


Abbildung 1: Geometrische Darstellung eines linearen Gleichungssystems.

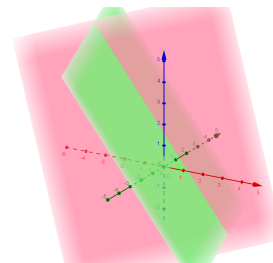
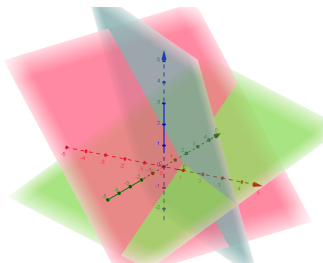
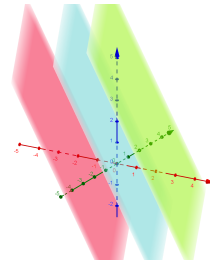
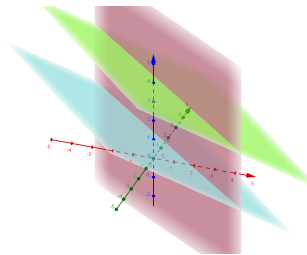
2. Betrachten Sie die folgenden linearen Gleichungssysteme der Form $Ax = c$. Verbinden Sie jedes dieser Gleichungssysteme mit dessen geometrischer Interpretation (ohne dass Sie die Gleichungssysteme vorab graphisch darstellen):

a) $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 6 & 2 & 4 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix}$, $x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$ und $c = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}$.

b) $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$, $x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$ und $c = \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \\ -4 \end{pmatrix}$.

c) $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 0 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$, $x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$ und $c = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 8 \end{pmatrix}$.

d) $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & -5 \\ 3 & -1 & 3 \end{pmatrix}$, $x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$ und $c = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$.



Serie 2

Aufgabe 1 ist online zu lösen. Schicken Sie Ihre Lösung bis spätestens **Freitag, den 12. Oktober um 14:00 Uhr** ab.

Die schriftlichen Aufgaben können Sie am selben Tag in Ihrer Übungsstunde abgeben oder im entsprechenden Fach im **HG J 68**.

1. Welche der folgenden Aussagen sind korrekt?

- (a) Jedes lineare Gleichungssystem mit der gleichen Anzahl von Gleichungen wie Unbekannten hat eine eindeutige Lösung.
- (b) Jedes lineare Gleichungssystem mit weniger Gleichungen als Unbekannten hat mindestens eine Lösung.
- (c) Jedes lineare Gleichungssystem mit mehr Gleichungen als Unbekannten hat keine Lösung.
- (d) Keine der obigen Aussagen ist korrekt.

2. Geben Sie für a und b Bedingungen an, so dass das System

$$\begin{aligned} 3x_1 + 2bx_2 + 4x_3 &= 5 \\ 3x_1 + \quad \quad \quad 4x_3 &= 5 \\ \quad \quad \quad 2bx_2 + 3ax_3 &= b \end{aligned}$$

- a) Lösungen mit *zwei* freien Parametern besitzt,
- b) Lösungen mit *einem* freien Parameter besitzt,
- c) eindeutig lösbar ist,
- d) keine Lösung hat

und geben Sie in jedem Fall die Lösungsmenge an.

3. *Dimensionsanalyse des Strömungswiderstands eines Schiffes:*

Im cgs-Masssystem gilt für die Einheiten:

Dichte des Wassers	ρ	$cm^{-3}g^1sec^0$,
Schiffsgeschwindigkeit	v	$cm^1g^0sec^{-1}$,
benetzte Oberfläche	\mathcal{O}	$cm^2g^0sec^0$,
Schiffsmasse	m	$cm^0g^1sec^0$,
Bremsverzögerung	a	$cm^1g^0sec^{-2}$.

a) Welche Formeln des Typs

$$\rho^\alpha v^\beta \mathcal{O}^\gamma m^\delta a^\varepsilon = K$$

sind vom Masssystem her möglich, wenn K eine dimensionslose Zahl sein soll?

b) Welche Formeln ergeben sich für die Widerstandskraft $F = ma$?

Bemerkung: Die gefundene Lösung ist bei Schiffbauingenieuren tatsächlich in Gebrauch.

4. Gegeben seien die zwei linearen Gleichungssysteme $Ax = b_i$, $i = 1, 2$, mit

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -2 & -1 \\ -1 & 2 & 3 \end{pmatrix}, b_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}, b_2 = \begin{pmatrix} 6 \\ 2 \end{pmatrix}.$$

- a) Bestimmen Sie mit dem Gauss-Algorithmus die Lösungsmengen der beiden Gleichungssysteme.
- b) Lösen Sie die Aufgabe nochmals mit Hilfe von MATLAB.