Serie 7

Aufgabe 1 ist online zu lösen. Schicken Sie Ihre Lösung bis spätestens **Freitag, den 16. November um 14:00 Uhr** ab.
Die schriftlichen Aufgaben können Sie am selben Tag in Ihrer Übungsstunde abgeben oder im entsprechenden Fach im **HG J 68**.

---

1. Gegeben seien:

$$A_1 := \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad A_2 := \frac{1}{5}\begin{pmatrix} 3 & -4 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}.$$

Welche der folgenden Aussagen gelten?

(a) A_1 ist orthogonal.

(b) A_2 ist orthogonal.

2. Gegeben sei

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -2 & 1 \\ 4 & -3 & 3 \\ -2 & 5 & 1 \end{pmatrix}.$$

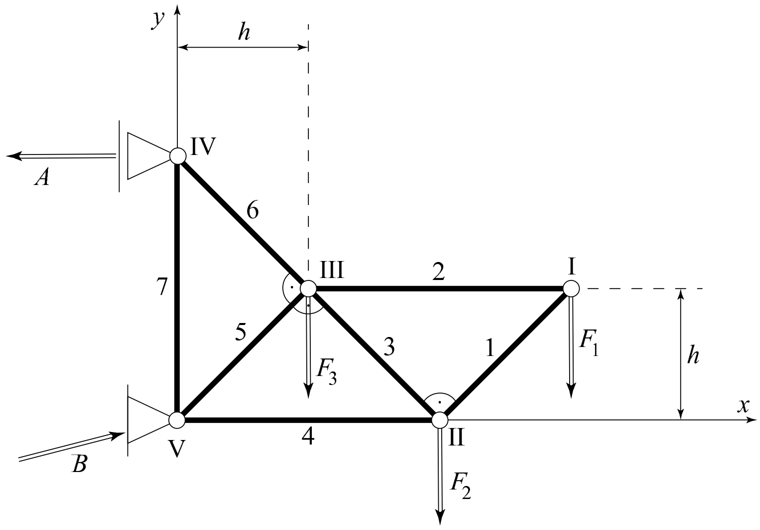
a) Bestimmen Sie die LR-Zerlegung von A.

b) Lösen Sie das lineare Gleichungssystem $Ax = b$ mit Hilfe von a) für die rechte Seite

$$b = \begin{pmatrix} 4 \\ 7 \\ -7 \end{pmatrix}.$$

c) Berechnen Sie die LR-Zerlegung von A mit Matlab.

3. Gegeben ist das skizzierte Fachwerk mit 7 Stäben und 5 Knoten.



Die drei Lasten F_1, F_2, F_3 rufen in jedem Stabende eine Reaktionskraft parallel zum Stab hervor. Die Reaktionskräfte in den Lagern (IV) und (V) sind die Vektoren $(-A, 0)^\top$ respektive $(B_x, B_y)^\top$. Im statischen Gleichgewicht gelten die beiden Regeln:

(1) Die Summe aller auf einen Knoten wirkenden Kräfte ist Null.

(2) Die Summe aller in einem Stab wirkenden Kräfte ist Null.

a) Stellen Sie diese Bedingungen in vektorieller Form für das gegebene Fachwerk auf.

Hinweis: Statt pro Stab zwei Kräfte (eine pro Stabende) einzuführen, benutzen Sie die Konvention aus b) für die Stabkräfte in welcher die Bedingung (2) und die Bedingung, dass die Kräfte parallel zur Stabrichtung wirken, bereits implizit enthalten sind.

b) Leiten Sie daraus ein lineares Gleichungssystem für $A, B_x, B_y, S_1, \ldots, S_7$ her, wobei $S_1, \ldots, S_7$ die Stabkräfte bezeichnen:

$S_i > 0$: $S_i < 0$:

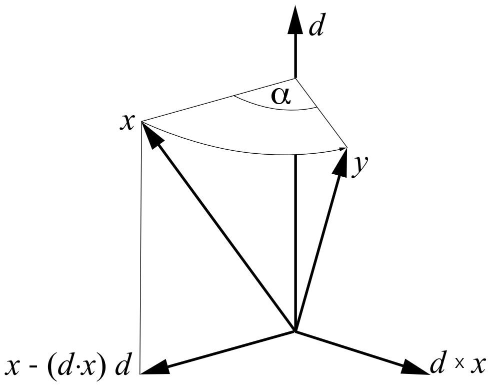
c) Lösen Sie mit Hilfe von MATLAB das Gleichungssystem für allgemeine Lasten F_1, F_2, F_3 und folgern Sie daraus die Lösung für

$$F_1 = 10N, F_2 = 20N, F_3 = 30N.$$

d) Lesen Sie aus der in c) gefundenen allgemeinen Lösung die 7×3-Matrix E der Einflusszahlen ab, so dass

$$\begin{pmatrix} S_1 \\ \vdots \\ S_7 \end{pmatrix} = E \begin{pmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \end{pmatrix}.$$

4. Sei d ein Einheitsvektor in $\mathbb{R}^3$. Durch Drehung um den Winkel α um die Achse d wird ein Vektor x in den Vektor y überführt.



a) Verifizieren Sie die Formel

$$y = \cos(\alpha)x + (1 - \cos(\alpha))(d \cdot x)d + \sin(\alpha)(d \times x).$$

Hinweis: Man benütze, dass $\|d \times x\| = \|x - (d \cdot x)d\|$ gilt. (Warum?)

b) Beschreiben Sie dieselbe Drehung durch die Formel $y = Dx$ für eine geeignete 3×3-Matrix D.

c) Verifizieren Sie, dass D orthogonal ist.