

I. Bestimmen Sie die allgemeine reelle Lösung für die folgenden Differentialgleichungen

(a) $y''(x) - y'(x) - 2y(x) = 0$,

(b) $y^{(4)}(x) - y(x) = 0$.

(c) $x^2 y''(x) - 3xy'(x) + 5y(x) = 0$, mit $x > 0$.

II. Benutzen Sie die Methode der Variation der Konstanten um eine allgemeine Lösung der folgenden Differentialgleichungen zu finden.

(a) $y'' + 4y = \frac{1}{\sin(2x)}$,

(b) $y'' + 3y' + 2y = t + 4e^t$,

(c) $y'' + y = \tan(t)$.

III. Lösen Sie die folgenden Anfangswertprobleme:

(a) $y' + y = 2 \sin(x)$, $y(0) = 0$

(b) $y'' - y' + y = x - e^x + \cos(x)$, $y(0) = 1$, $y'(0) = 0$

(d) $y'' + \omega^2 y = \cos(\omega_0 x)$, mit $\omega, \omega_0 > 0, \omega \neq \omega_0$, $y(0) = 1$, $y'(0) = 0$

(d) $xy'(x) = y(x) + x^2$, $y(1) = 2$,

(e) $y' = e^y \sin(x)$, $y(0) = -1$,

(f) $(1 - x^2)y'(x) = y(x)$, $y(1) = 1$.