Hinweise zu Serie 13

Achtung: Es wird empfohlen, die Hinweise sparsam zu nutzen!

2.e) Sie werden irgendwann auf das Integral

$$\int \frac{1-x}{x^2+x+1}\,dx$$

stossen. Um es zu lösen, kann man es wie folgt zerlegen:

$$\int \frac{1-x}{x^2+x+1}\,dx = -\frac{1}{2}\int \frac{2x+1}{x^2+x+1}\,dx + \frac{3}{2}\int \frac{1}{x^2+x+1}\,dx.$$

Für das erste Integral ist die Substitution

$$u = x^2+x+1$$

hilfreich. Für das zweite Integral benutzt man die Umformung

$$\frac{1}{x^2+x+1} = \frac{4}{\left(2(x+\frac{1}{2})\right)^2+1}$$

und substituiert $v = 2(x+\frac{1}{2})$. Es gilt ausserdem

$$\int \frac{1}{1+x^2}\,dx = \text{arctan}(x) + C.$$

3.d) Benutzen Sie zuerst partielle Integration, danach müssen Sie eine rationale Funktion integrieren, wobei Polynomdivision hilfreich ist.

3.f) Substituieren Sie $x = 4\sinh(z)$, wobei z die neue Variable ist. Die Formel

$$\cosh^2 z = \frac{1}{2}\left(\cosh(2z)+1\right)$$

kann nützlich sein.