

## Lösungen Quiz 4

### Version A

Bestimmen Sie den Grenzwert  $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x^2 + 12x - 13}{|x-1| + (x-1)\sqrt{x}}$ .

- (a) existiert nicht,
- (b)  $\infty$ ,
- (c) 7,
- (d)  $-5$ .

*Lösung:* ALLE FALSCH!!!

Wir faktorisieren und erhalten

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x^2 + 12x - 13}{|x-1| + (x-1)\sqrt{x}} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{(x-1)(x+13)}{|x-1| + (x-1)\sqrt{x}}.$$

Da wir uns von links an 1 annähern, ist  $(x-1) < 0$ . Somit erhalten wir weiter

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{(x-1)(x+13)}{|x-1| + (x-1)\sqrt{x}} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x+13}{-1 + \sqrt{x}} = -\infty.$$

### Version B

Bestimmen Sie den Grenzwert  $\lim_{x \rightarrow \infty} \log(\sqrt{|x|+e} - \sqrt{x})$ .

- (a) existiert nicht,
- (b) 2,

**Bitte wenden!**

(c)  $-\infty$ ,

(d)  $-5$ .

*Lösung:* (c)

Es gilt

$$\begin{aligned}\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \sqrt{|x| + e} - \sqrt{x} \right) &= \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \sqrt{x + e} - \sqrt{x} \right) \\ &= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x + e - x}{\sqrt{x + e} + \sqrt{x}} \\ &= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e}{\sqrt{x + e} + \sqrt{x}} = 0.\end{aligned}$$

Es folgt

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \log \left( \sqrt{|x| + e} - \sqrt{x} \right) = -\infty.$$

### Version C

Bestimmen Sie den Grenzwert  $\lim_{x \rightarrow 13} (x - 13) \cos \left( \frac{1}{x-13} \right)$ .

(a) existiert nicht,

(b) 0,

(c)  $-1$ ,

(d)  $\infty$ .

*Lösung:* (b)

Es gilt  $\lim_{x \rightarrow 13} (x - 13) \cos \left( \frac{1}{x-13} \right) = \lim_{z \rightarrow 0} z \cos \left( \frac{1}{z} \right)$ . Da  $\cos \left( \frac{1}{z} \right) \in [-1, 1]$  für alle  $z \neq 0$  und somit beschränkt ist, folgt unmittelbar, dass  $\lim_{z \rightarrow 0} z \cos \left( \frac{1}{z} \right) = 0$ .