

Serie 1

1. Seien U ein Universum und $A_i \subset U, i \in \mathbb{N}$, Mengen in U . Zeigen Sie, dass gilt

$$\left(\bigcap_{i=1}^n A_i \right)^c = \bigcup_{i=1}^n A_i^c,$$

wobei B^c das Komplement einer Menge B bezeichnet.

2. Beweisen Sie mit Hilfe des Binomischen Lehrsatzes: Für jede reelle Zahl $x \geq 0$ und jede natürliche Zahl $n \geq 2$ gilt

$$(1+x)^n \geq \frac{n^2}{4} x^2.$$

Tipp: Gehen Sie dazu wie folgt vor:

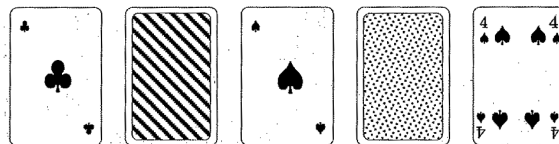
- Zeigen Sie $n-1 \geq \frac{n}{2}$.
- Zeigen Sie $\binom{n}{2} \geq \frac{n^2}{4}$.
- Folgern Sie $(1+x)^n \geq \frac{n^2}{4} x^2$.

3. Berechnen Sie ohne Hilfe Ihres Taschenrechners die folgende Summe

$$\sum_{n=19}^{49} \left(\frac{2}{3} \right)^n.$$

Sie müssen keine Potenzen von $\frac{2}{3}$ explizit ausrechnen!

4. Welche Spielkarten in der untenstehenden Figur muss man mindestens umdrehen, um mit Sicherheit die Frage „Sind alle Karten mit schraffierter Rückseite Ass?“ beantworten zu können?



Bitte wenden!

5. Sei $n \in \mathbb{N}$. Berechnen Sie die Summe

$$S_n := \sum_{k=1}^n \frac{1}{k(k+1)}.$$

Tipp: Versuchen Sie die Summe als Teleskopsumme zu schreiben.

6. Online-Aufgaben

Abgabe der Multiple-Choice Aufgaben: Online bis Donnerstag, 27. September 2018 um 20:00 Uhr.

Es sind jeweils mehrere Antworten möglich.

- a) Hier ist eine Aussage über Quorge: "Ist ein Quorg glavul, so ropanzt er." Formulieren wir die Negation dieser Aussage, so erhalten wir...
- (a) Ist ein Quorg nicht glavul, so ropanzt er nicht.
 - (b) Ropanzt er nicht, so ist ein Quorg glavul.
 - (c) Nur ropanzende Quorge sind glavul.
 - (d) Kein Quorg ist glavul.
 - (e) Ein Quorg existiert, der glavul ist, aber nicht ropanzt.
- b) Die Ungleichung $||x - 2| - 1| < 3$ für reelle Zahlen x ist äquivalent zu...
- (a) $x < 3$
 - (b) $|x| < 3$
 - (c) $0 < x < 2$
 - (d) $-2 < x < 6$
 - (e) $-3 < x < 6$
- c) Sei $f_n : X \rightarrow X$, $n \in \mathbb{N}$, eine Familie von Funktionen von einer Menge X in sich selbst. Ein Punkt $x \in X$ heisst Fixpunkt von f_n , falls $f_n(x) = x$ gilt. Schreibt man den Satz "Für jedes $n \in \mathbb{N}$ gibt es genau einen Fixpunkt $x \in X$ von f_n " mittels Quantoren, so erhält man...
- (a) $\forall n \in \mathbb{N} \forall x \in X : f_n(x) = x$
 - (b) $\exists! x \in X \forall n \in \mathbb{N} : f_n(x) = x$
 - (c) $\forall x \in X \exists! n \in \mathbb{N} : f_n(x) = x$
 - (d) $\forall n \in \mathbb{N} \exists! x \in X : f_n(x) = x$
 - (e) $\forall n \in \mathbb{N} \exists x \in X : f_n(x) = x$

Siehe nächstes Blatt!

- d)** Welche ist die Negation dieser Aussage: “Es regnet und ich habe keinen Regenschirm.”?
- (a) Es regnet nicht oder ich habe einen Regenschirm.
 - (b) Es regnet nicht und ich habe keinen Regenschirm.
 - (c) Ich habe einen Regenschirm.
 - (d) Es regnet nicht, daher habe ich keinen Regenschirm.
- e)** Welche ist die Kontraposition dieser Aussage: “Wenn es regnet und ich keinen Regenschirm habe, werde ich nass.”?
- (a) Wenn es nicht regnet, werde ich nicht nass und ich habe keinen Regenschirm.
 - (b) Wenn ich nass werde, regnet es und ich habe keinen Regenschirm.
 - (c) Wenn ich nicht nass werde, regnet es nicht oder ich habe einen Regenschirm.
 - (d) Wenn ich einen Regenschirm habe, regnet es nicht und ich werde nicht nass.
- f)** Welche ist die Negation dieser Aussage: “10 ist gerade und ist kleiner oder gleich 11.” ?
- (a) 10 ist nicht gerade.
 - (b) 10 ist grösser als 11.
 - (c) 10 ist nicht gerade oder ist grösser als 11.
 - (d) 10 ist nicht gerade, deshalb ist es grösser als 11.

Bitte wenden!

Organisatorische Informationen zum Übungsbetrieb

- **Übungsserien.** Die Übungsserien werden jeweils donnerstags auf der Vorlesungshomepage veröffentlicht. Die in der Woche n ausgeteilte Serie wird am Montag der Woche $n + 1$ in den Übungen vorbesprochen und ist in der Woche $n + 1$ am Donnerstag bis 13 Uhr abzugeben. Die Serien können in den Postfächern der Übungsleiter, im HG F 28, abgegeben werden. Die korrigierten Serien werden am Montag der Woche $n + 2$ in den Übungsstunden zurückgegeben. Nicht abgeholte Serien werden in die Fächer zurückgelegt.
- **Wöchentliche Multiple-Choice-Aufgaben.** Zusätzlich zu den Übungsaufgaben wird es jede Woche Multiple-Choice-Aufgaben geben. Die Aufgaben werden donnerstags der Woche n veröffentlicht und können bis Donnerstagabend 20:00 in Woche $n + 1$ online bearbeitet werden.
- **Übungsstunden.** Die wöchentlichen Übungsstunden am Montag dienen zum Einüben der Begriffe und Methoden, die in der Vorlesung behandelt werden und zur Besprechung der Übungsserien. Eine aktive Teilnahme an den Übungsstunden wird erwartet. Ausserdem findet jede Woche ein Quiz statt, welches aus einer einzelnen Multiple-Choice Aufgabe besteht. Das erste Quiz findet am 1.10.18 statt. Die Quizzes werden benotet und als Bonus zur Prüfung gezählt. Details dazu finden Sie auf der Webseite, sowie im Vorlesungsverzeichnis. Die Einteilung in die Übungsgruppen wird elektronisch von den Studierenden getätigt (siehe Link auf der Webseite).
- **Schnellübungen.** Jeden zweiten Freitag werden von 8 bis 10 Uhr Schnellübungen angeboten. Die Schnellübungsaufgaben sind jeweils ab Donnerstag auf der Vorlesungshomepage zu finden. Während der Schnellübung lösen Sie die Aufgaben. Ausserdem können Sie den anwesenden Assistenten Fragen dazu stellen.
- **Präsenz.** Während des Semesters werden jeweils am Montag, Mittwoch und Donnerstag zwischen 12 und 13 Uhr im HG E 33.1 oder HG G 19.2 Präsenzen angeboten (siehe Link auf der Webseite).

Bei Fragen zum Übungsbetrieb wenden Sie sich bitte an Patricia Dietzsch patricia.dietzsch@math.ethz.ch, bei Fragen zu einzelnen Aufgaben jedoch an Ihren Hilfsassistenten bzw. suchen Sie die Präsenz auf.

Informationen zur Vorlesung und zu den Übungen, sowie die Übungsserien und deren Musterlösungen finden Sie unter

<https://metaphor.ethz.ch/x/2018/hs/401-0231-10L/>