Serie 10

1. Bestimme die allgemeinen Lösungen $y = y(x)$ der folgenden Differentialgleichungen:

a) $y'' + y' - 2y = 0$;

b) $y'' + 6y' + 13y = 0$;

c) $y'' - 2y' + y = 0$;

d) $y^{(4)} - 4y'' = 0$.

2. **a)** Bestimme die allgemeine (reelle) Lösung der Differentialgleichung

$$y^{(4)} + 2y^{(2)} + y = 0,$$

welche die Anfangsbedingungen

$$y(0) = y'(0) = y''(0) = 0, \qquad y^{(3)}(0) = 1$$

erfüllt.

b) Die Differentialgleichung

$$f'' + 2qf' + (q + q^2)f = 0$$

enthält einen (reellen) Parameter q. Für welche Werte von q bleiben **alle** Lösungen für $x \to \infty$ beschränkt ?

3. **a)** Finde eine lineare Differentialgleichung mit konstanten Koeffizienten, so dass e^{-x}, e^{x}, $e^{-\pi x}$ und $e^{\pi x}$ Lösungen der Gleichung sind.

b) Finde eine lineare Differentialgleichung mit konstanten Koeffizienten, so dass e^{-10x} und $e^{3x}\cos(3x)$ Lösungen der Gleichung sind.

4. Bestimmen Sie die allgemeine Lösung der folgenden Differentialgleichung:

$$2y'' + 3y' + 10y = \sin(2x) + 1.$$

Abgabe: Donnerstag, 29. November 2018 bis 13:00, in den Fächlein des jeweiligen Übungsleiters im HG F 28.

Bitte wenden!

5. Online-Aufgaben

Abgabe der Multiple-Choice Aufgaben: Donnerstag abend (bis 20:00), 26. November 2015.

Es sind jeweils mehrere Antworten möglich.

a) Sei L der Differentialoperator

$$L(y) = y^{(4)} + 2y^{(2)}.$$

Welche der folgenden Aussagen sind richtig?

(a) Der Raum der Lösungen von $L(y) = 0$ mit $y(0) = 0$ ist ein dreidimensionaler Vektorraum.

(b) Der Raum der Lösungen von $L(y) = 0$ mit $y(0) = 1$ ist ein dreidimensionaler Vektorraum.

(c) Der Raum der Lösungen von $L(y) = 0$ mit $\lim_{t\to\infty} y(t) = 0$ ist ein dreidimensionaler Vektorraum.

(d) Der Raum der Lösungen von $L(y) = 0$ mit $y'(0) = 0$ ist ein zweidimensionaler Vektorraum.

b) Wir betrachten die Differentialgleichung

$$u''(x) - 4u(x) = -1\,, \quad x \in (0, 1).$$

Was ist die allgemeine Lösung der dazugehörigen homogenen Gleichung?

(a) 0.

(b) $u_h(x) = c_1 e^{2x} + c_2 e^{-2x}$, wobei $c_1, c_2 \in \mathbb{R}$.

(c) $u_h(x) = c_1 e^{x} + c_2 e^{-2x}$, wobei $c_1, c_2 \in \mathbb{R}$.

(d) $u_h(x) = c_1 e^{2x} + c_2 e^{-2x}$, wobei $c_1, c_2 \in \mathbb{R}$.

c) Wir betrachten wieder das Problem

$$u''(x) - 4u(x) = -1\,, \quad x \in (0, 1).$$

Was ist die allgemeine Lösung?

(a) $u_h(x) + \frac{1}{2}$

(b) $u_h(x) + 4$.

(c) $u_h(x) + x$.

(d) $u_h(x) + \frac{1}{4}$.

Siehe nächstes Blatt!

d) Wir betrachten das Randwertproblem

$$u''(x) - 4u(x) = -1\,, \quad x \in (0,1)$$

mit $u(0) = 0$ und $u'(1) + u(1) = 0$. Was gilt?

(a) u ist dadurch nicht eindeutig bestimmt.
(b) $u(x) = -\frac{1}{4}\frac{e^2+1}{3e^4+1}e^{2x} + \frac{1}{4}\frac{e^2-3e^4}{3e^4+1}e^{-2x} + \frac{1}{4}$.
(c) $u(x) = \frac{1}{4}\frac{e^2+1}{3e^4+1}e^{2x} - \frac{1}{4}\frac{e^2-3e^4}{3e^4+1}e^{-2x} + \frac{1}{2}$.
(d) Es gibt keine reelle Lösung.