D-ITET Analysis I HS 2018
Prof. Alessandra Iozzi

Serie 13

1. Zerlegen Sie die folgenden rationalen Funktionen mittels Polynomdivision und Partialbruchzerlegung so weit wie möglich

a) $\dfrac{1}{x^3 - x}$,

b) $\dfrac{4x - 2}{x^2 - 2x - 63}$,

c) $\dfrac{2x + 1}{(x + 2)^2}$,

d) $\dfrac{x^2}{(x^2 - 9)^2}$,

e) $\dfrac{x^{10} - x^7 + 3x}{x^3 - 1}$.

2. Berechnen Sie folgende Integrale

a) $\displaystyle\int_2^3 \frac{dx}{x^3 - x}$,

b) $\displaystyle\int \frac{4x - 2}{x^2 - 2x - 63} dx$,

c) $\displaystyle\int \frac{2x + 1}{(x + 2)^2} dx$,

d) $\displaystyle\int \frac{x^2}{(x^2 - 9)^2}$,

e) $\displaystyle\int \frac{x^{10} - x^7 + 3x}{x^3 - 1}$.

3. Man berechne die folgenden Integrale:

a) $\displaystyle\int_3^4 \frac{dx}{x^2 - 7x + 10}$,

b) $\displaystyle\int_2^3 \frac{x - 1}{x(x^2 - 2)}\, dx$,

c) $\displaystyle\int_3^4 \frac{dx}{x^2 - 2x + 5}$,

d) $\displaystyle\int x^3 \arctan x \, dx$,

e) $\displaystyle\int \frac{\cos^3 x}{\sin^4 x}\, dx$,

f) $\displaystyle\int \sqrt{x^2 + 16}\, dx$.

Bitte wenden!

Abgabe: Diese Serie wird nicht mehr eingereicht.

4. Online-Aufgaben

Abgabe der Multiple-Choice Aufgaben: Online bis Donnerstag 20. Dezember 20:00.

Es sind jeweils mehrere Antworten möglich.

a) Welche Substitution, falls überhaupt notwendig, ist im folgenden Integral günstig?

$$\int \frac{\cos^2(x)}{\sin^3(x)}\,dx$$

(a) Substitution mit $t = \tan(x)$ und folglich mit $\sin(x) = t \cdot \cos(x)$ und $dt = \frac{1}{\cos^2(x)}dx$.

(b) Substitution mit $t = \sin(x)$ und folglich mit $dt = \cos(x)\,dx$.

(c) Substitution mit $t = \tan\left(\frac{x}{2}\right)$ und folglich mit $\sin(x) = \frac{2t}{1+t^2}$, $\cos(x) = \frac{1-t^2}{1+t^2}$ und $dx = \frac{2\,dt}{1+t^2}$.

(d) Keine Substitution ist notwendig, denn die Gleichung $(\sin^3)'(x) = \cos^2(x)$ und die Formel $\int \frac{f'(x)}{f(x)}\,dx = \log|f(x)| + C$ führen direkt zur Lösung.

b) Welche der folgenden Rechnungen ist keine korrekte Anwendung der partiellen Integration?

(a) $\int \sin(\varphi)\cos(\varphi)\,d\varphi = -\cos(\varphi)\cos(\varphi) - \int \cos(\varphi)\sin(\varphi)\,d\varphi$.

(b) $\int \sin(\varphi)\cos(\varphi)\,d\varphi = \sin(\varphi)\sin(\varphi) - \int \cos(\varphi)\sin(\varphi)\,d\varphi$.

(c) $\int x\log(x)\,dx = \frac{x^2}{2}\log(x) - \int \frac{x}{2}\,dx$.

(d) $\int 2x^2 e^{x^2}\,dx = xe^{x^2} - \int e^{x^2}\,dx$.

(e) Alle sind korrekte Anwendungen der partiellen Integration.

c) Wir rechnen

$$\begin{aligned} f(x) = (x-1)^4 = \int 4(x-1)^3\,dx &= \int (4x^3 - 12x^2 + 12x - 4)\,dx \\ = x^4 - 4x^3 + 6x^2 - 4x = g(x) \end{aligned}$$

und erhalten durch Einsetzen

$$1 = f(0) = g(0) = 0.$$

Wo liegt der Fehler?

(a) Man darf nicht einsetzen.

(b) Die binomische Formel wurde falsch angewendet.

(c) Die Integrationskonstante fehlt.

(d) Es ist trotzdem richtig, weil man Konstanten vernachlässigen darf.