

Serie 8

1. Bestimmen Sie die Ableitungen der folgenden Funktionen:

a) $\log(\sin x)$ für $x \in (0, \pi)$,

e) $\sqrt{\frac{x^2-3x+2}{x^2-7x+12}}$ für $x \in (4, \infty)$,

b) a^x für $x \in (0, \infty)$ und ein $a \in (0, \infty)$,

f) $\log(\cosh x)$ für $x \in \mathbb{R}$,

c) x^x für $x \in (0, \infty)$,

g) $\log(\log(\log x))$ für $x \in (e, \infty)$,

h) $3^x x^3$ für $x \in \mathbb{R}$,

d) $9x^7 + 3x^{-5} - 3x^{-11}$ für $x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$,

i) $\arctan(x - \sqrt{x^2 + 1})$ für $x \in \mathbb{R}$.

2. Die Funktion $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ sei definiert durch

$$f(x) := \begin{cases} 0, & \text{falls } x \leq 0, \\ x^{n+1}, & \text{falls } x > 0. \end{cases}$$

Dabei ist n eine vorgegebene natürliche Zahl. Berechnen Sie $f^{(k)}$ für alle $k \in \{1, 2, \dots, n\}$, falls sie existiert. Ist f auf ganz \mathbb{R} n -mal stetig differenzierbar?

3. Sei $\alpha > -1$. Betrachten Sie die Funktion

$$f_\alpha : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \quad x \mapsto |x|^{\alpha+1}.$$

Bestimmen Sie für welche α die erste Ableitung von f_α an der Stelle 0 existiert.

4. Bestimmen Sie die globalen Extremalstellen der folgenden Funktionen:

a) $f : [-2, 2] \rightarrow \mathbb{R}; \quad x \mapsto x^3 - x^2 - 8x + 1$,

b) $f : [-1, \frac{1}{2}] \rightarrow \mathbb{R}; \quad x \mapsto \frac{x+1}{x^2+1}$,

c) $f : [-1, 2] \rightarrow \mathbb{R}; \quad x \mapsto (x-1)e^{-\frac{x^2}{2}}$.

Abgabe: Donnerstag, 15. November 2018 bis 13:00, in den Fächlein des jeweiligen Übungsleiters im HG F 28.

5. Online-Aufgaben

Abgabe der Multiple-Choice Aufgaben: Online bis Donnerstag 15. November 20:00.

Es sind jeweils mehrere Antworten möglich.

a) Sei $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ eine Funktion. Welche der folgenden Aussagen ist richtig?

- (a) f ist stetig \iff f ist differenzierbar.
- (b) f ist stetig \implies f ist differenzierbar.
- (c) f ist stetig \impliedby f ist differenzierbar.

b) Sei $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ differenzierbar und sei $a < c < b$. Welche der folgenden Aussagen ist richtig?

- (a) $f'(c) = 0 \iff c$ ist eine Extremalstelle.
- (b) $f'(c) = 0 \implies c$ ist eine Extremalstelle.
- (c) $f'(c) = 0 \impliedby c$ ist eine Extremalstelle.

c) Welche der folgenden Funktion besitzt kein Maximum?

- (a) $f_1 : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}; \quad x \mapsto \frac{1-x^2}{1+x^2}$.
- (b) $f_2 : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}; \quad x \mapsto \frac{x^3-x}{x^2+2}$.
- (c) $f_3 : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}; \quad x \mapsto \frac{-x^4+x^3+x-1}{x^2+3}$.
- (d) $f_4 : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}; \quad x \mapsto e^{-x^2} \cos(x)$.
- (e) $f_5 : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}; \quad x \mapsto e^{-x^4}(x^2 - 1)$.

d) Welche der folgenden Ableitungen ist korrekt?

- (a) $(\log(2x))' = 2 \log(x) \frac{1}{x}$.
- (b) $(\exp(\sin(x)))' = \cos(x) \exp(\sin(x))$.
- (c) $(\sqrt{\sin(x)})' = \frac{1}{2\sqrt{\cos(x)}}$.