D-MATH | Analysis I D-ITET | HS 2018

Prof. Alessandra Iozzi

Schnellübung 1

1. Bestimmen Sie die Menge aller $x \in \mathbb{R}$, für die der Ausdruck

$$f(x) = \arctan\left(\frac{|x-2|^3 - 2}{x^2 + x - \pi}\right)$$

definiert ist.

2. Beschreiben Sie explizit die Elemente der folgenden Mengen:

a) $K_1 := \{(-1)^n n + \cos(n\pi) : n \in \mathbb{N}\}$,

b) $K_2 := \{\cos\left[((-1)^n n + \cos(n\pi))\pi\right] : n \in \mathbb{N}\}$,

c) $K_3 := \left\{\frac{4}{\pi^2}\frac{\sin(\frac{n\pi}{2})}{n^2} - \frac{2}{\pi}\frac{\cos(n\pi)}{n} : n \in \mathbb{N}\right\}$.

3. Gegeben seinen Abbildungen $f : X \to Y$ und $g : Y \to Z$. Zeigen Sie:

a) Wenn f und g surjektiv sind, so ist es auch $g \circ f$.

b) Wenn f und g injektiv sind, so ist es auch $g \circ f$.

c) Wenn $g \circ f$ surjektiv ist, so ist auch g surjektiv.

d) Wenn $g \circ f$ injektiv ist, so ist auch f injektiv.

4. Zeigen Sie *ohne* Induktion: Für alle $n \in \mathbb{N}$ gilt

a)

$$\prod_{k=1}^{n} \frac{a_k}{a_{k-1}} = \frac{a_n}{a_0}, \qquad \text{(wobei } a_k \neq 0 \text{ für } k = 0, \ldots, n).$$

b)

$$\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k(k+1)} = 1 - \frac{1}{1+n},$$

Tipp: Benutzen Sie die in der Vorlesung bewiesene Identität

$$\sum_{k=1}^{n} (a_k - a_{k-1}) = a_n - a_0.$$