

## Schnellübung 3

1. Untersuchen Sie das Konvergenzverhalten und bestimmen Sie gegebenenfalls den Grenzwert der Folgen  $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$  für  $n \rightarrow \infty$ :

a)  $a_n = \left(\frac{3+4i}{5}\right)^n$ ,

b)  $a_n = \sqrt[n]{3^n + 4^n + 5^n}$ ,

c)  $a_n = \sqrt[n]{7n^6 + 2n^2 + 1}$ ,

d)  $a_n = \frac{2^n - n^{2017}}{2^n + n^{2017}}$ .

2. Die Funktionen  $K_n(x) : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $n \in \mathbb{N}$ , seien definiert durch

$$K_n(x) := \frac{nx}{1 + |nx|}.$$

a) Man zeige, dass alle Funktionen  $K_n$  stetig sind. Für welche  $x \in \mathbb{R}$  ist die Funktion

$$x \xrightarrow{K} K(x) := \lim_{n \rightarrow \infty} K_n(x),$$

definiert bzw. stetig?

b) Betrachten Sie nun die Funktionenreihe

$$\sum_{n=1}^{\infty} K_n(x)$$

und finden Sie ihren Konvergenzbereich.

3. Zeigen Sie, dass für alle komplexen Zahlen  $z \in \mathbb{C}$  gilt:

a)  $z\bar{z} = \Re(z)^2 + \Im(z)^2$ ,

b)  $z + \bar{z} = 2\Re(z)$ ,

c)  $\bar{\bar{z}} = z$ .

4. Berechnen Sie alle  $w \in \mathbb{C}$  mit

$$w^7 = (-1 + \sqrt{3}i)^7.$$