D-MAVT/D-MATL | Analysis I | HS 2018
Dr. Andreas Steiger

Serie 5

Die ersten Aufgaben sind Multiple-Choice-Aufgaben (MC), die online gelöst werden. Bitte schicken Sie Ihre Lösungen zu den Online MC-Fragen bis *Mittwoch, 31.10.2018 um 08:15 Uhr* ab.

Bemerkung: Bei einigen MC-Aufgaben sind mehrere Antworten richtig. Eine MC-Aufgabe ist dann korrekt gelöst und mit einem Punkt bewertet, wenn Sie genau die richtigen Antworten angeben. Andernfalls wird sie mit Null bewertet. Falls Sie die Lösung nicht wissen, raten Sie nicht. So erhalten wir eine gute Rückmeldung über allfällige Unklarheiten. Viel Erfolg!

Abgabetermin für die schriftlichen Aufgaben: *Mittwoch, 31.10.2018* in der Vorlesung.

Homepage der Vorlesung: `https://metaphor.ethz.ch/x/2018/hs/401-0261-GXL/`

MC-Aufgaben (Online-Abgabe)

1. Es sei $f\colon [a,b] \to \mathbb{R}$ eine Funktion. Welche der folgenden Aussagen ist richtig?

(a) f ist stetig $\Longleftrightarrow$ f ist differenzierbar.

(b) f ist stetig $\Longrightarrow$ f ist differenzierbar.

(c) f ist stetig $\Longleftarrow$ f ist differenzierbar.

(d) Es gibt keinen derartigen Zusammenhang zwischen Stetigkeit und Differenzierbarkeit.

2. Wie lautet die Gleichung der Tangente an den Graphen der Funktion

$$f\colon [2,\infty) \to \mathbb{R}, \quad x \mapsto \sqrt{x-2},$$

an der Stelle $x = 6$?

(a) $y = -\frac{1}{4}x + \frac{7}{2}$.

(b) $y = \frac{1}{4}x + \frac{1}{2}$.

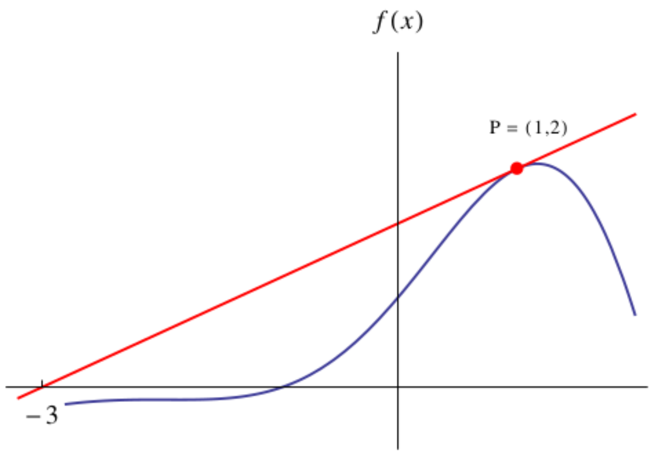
(c) $y = \frac{1}{2}x - 1$.

(d) $y = x - 4$.

(e) Keine der obigen Antworten ist richtig.

Bitte wenden!

3. Im folgenden Bild ist die rote Gerade im Punkt P tangential an die blaue Kurve, die der Graph einer Funktion $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ ist. Welchen Wert hat die Ableitung f' an der Stelle 1?



(a) 2

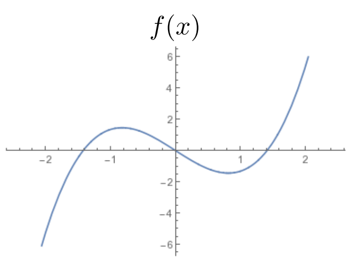
(b) $\frac{1}{2}$

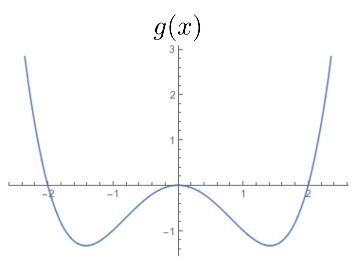
(c) $-\frac{2}{3}$

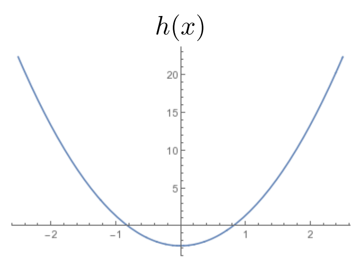
(d) -2

(e) Keiner dieser Werte ist korrekt.

4. Gegeben seien die folgenden Graphen von Funktionen







Welche der folgenden Aussagen sind korrekt?

(a) $f' = g$

(b) $g' = f$

(c) $f' = h$

(d) $h' = g$

(e) $g'' = h$

(f) $f'' = g$

Siehe nächstes Blatt!

5. Es sei das Gebiet

$$B = \left\{ z \in \mathbb{C} \setminus \{0\} \;\middle|\; \mathrm{Im}\left(\frac{z+2}{iz}\right) > 0 \right\}$$

gegeben.

a) Skizzieren Sie das Gebiet B in der komplexen Ebene.

b) Das Polynom $z^3 + \frac{7}{2}z^2 + 7z + 6$ hat eine komplexe Nullstelle mit Realteil gleich -1. Bestimmen Sie alle Nullstellen dieses Polynoms. Wie lauten die Nullstellen in Polarform?

c) Welche dieser Nullstellen befinden sich in B?

6. Finden Sie in der komplexen Ebene alle Lösungen der folgenden Gleichungen. Geben Sie die Lösungen jeweils auch in Polarform an.

a) $z^6 = -8$

b) $z^5 - 8(-1 - i\sqrt{3})z = 0$

c) $3z^3 - 12z^2 + pz + q = 0$, wobei $z_1 = 3 + i$ eine Lösung der Gleichung sein soll und p, q reelle Koeffizienten sind, welche noch bestimmt werden müssen.

7. Berechnen Sie $f' \colon D(f) \to \mathbb{R}$ für

a) $f \colon \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ x \mapsto x \sin(x)$;

b) $f \colon \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ x \mapsto \frac{1}{x^2+3}$;

c) $f \colon (0, \pi) \to \mathbb{R},\ x \mapsto \frac{1}{\sin x}$;

d) $f \colon \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ x \mapsto e^{-x}$;

e) $f \colon (-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}) \to \mathbb{R},\ x \mapsto (\tan x)^2$;

f) $f \colon \mathbb{R}_{\geq 1} \to \mathbb{R},\ x \mapsto \sqrt{\ln x}$;

g) $f \colon \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ x \mapsto \begin{cases} e^{-\frac{1}{x^2}} & \text{für } x \neq 0 \\ 0 & \text{für } x = 0 \end{cases}$;

h) $f \colon \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ x \mapsto \begin{cases} x^2 \sin(\frac{1}{x}) & \text{für } x \neq 0 \\ 0 & \text{für } x = 0 \end{cases}$.

*Zeigen Sie, dass die Ableitung der Funktion aus Teilaufgabe **h)** im Punkt $x = 0$ nicht stetig ist.