Schnellübung 2

1. Es sei $p\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ gegeben durch $x \mapsto x^3 - x$. Bestimmen Sie ein Intervall $I := [a, b)$, so dass $p\colon \mathbb{R} \setminus I \to \mathbb{R}$ bijektiv ist.

Hinweis: Bestimmen Sie die Nullstellen von p und skizzieren Sie den Graphen von p.

2. Zeigen Sie, dass die Gleichung

$$\frac{2}{(x+1)^4} + \frac{3}{(x-1)^9} = 0$$

eine Lösung $x \in (-1, 1)$ besitzt.

3. **a)** Gegeben sei die Funktion f mit Definitionsbereich $D(f) = (\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2})$ durch die Abbildungsvorschrift $f(x) = \tan(x)$. Bestimme die inverse Funktion von f.

b) Es sei $a \in \mathbb{R}$ beliebig gewählt. Finden Sie alle reellen Lösungen x der Gleichung

$$\tan\bigl(\pi\bigl(1 + \tfrac{1}{2}\cos(x)\bigr)\bigr) = a.$$

4. **a)** Der Schwerpunkt eines Objekts befindet sich am Punkt $5 + 2i$. An welchem Ort befindet sich der Schwerpunkt des Objekts, nachdem dieses in der komplexen Ebene um $90°$ im Uhrzeigersinn um den Nullpunkt rotiert wurde?

b) Bestimmen Sie Real- und Imaginärteil der Zahl $z^2 - 3z + 2$ für $z = 2 + i$.

c) Wie müssen $p, q \in \mathbb{R}$ gewählt werden, so dass

$$\frac{z+1}{pz+q} = 3 + 2i,$$

wobei $z = 7 + 5i$?