Inhalt der Prüfung: Die ersten drei Kapitel der Vorlesung: Mengenlehre, Reelle Zahlen und Stetigkeit.

Hilfsmittel: Schreibzeug und Papier. Wörterbuch falls Ihre Muttersprache nicht Deutsch ist.

Zeit: 60 Minuten.

Korrektur: Selbstkorrektur, anhand Korrekturschlüssel.

Prüfung

Die Prüfung setzt sich aus vier einfacheren Fragen, und zwei etwas aufwändigeren Aufgaben zusammen. Bei den *Fragen* zählt allein Ihre Antwort, Begründungen und Rechnungen werden nicht bewertet. Bei den Lösungen der *Aufgaben* wird auch auf die Herleitung grosser Wert gelegt. Sie müssen dabei klar und verständlich erklären was Sie tun. Sinnvolle und nachvollziehbare Lösungsansätze werden bewertet.
Sie dürfen Resultate aus der Vorlesung zitieren.

Zeit: 60 Minuten.

WICHTIG:

(1) Schreiben Sie ausschliesslich mit einem blauen oder schwarzen Füller oder Kugelschreiber (kein Bleistift, keine rote/grüne Farbe!).
(2) Schreiben Sie leserlich – was nicht eindeutig lesbar ist wird ignoriert.

Name: ....

ETH-no: ....

F1	F2	F3	F4	A1	A2	$\sum$
/3	/3	/3	/4	/8	/8	/29

Frage 1 (3 Punkte)**.** Wie viele Elemente haben die folgenden Mengen? Einzig die Antwort zählt.

$(a)\ \mathcal{P}(\mathcal{P}(\varnothing)) \cup \{\varnothing\}$ $\quad$ $(b)\ \mathcal{P}(\{1,2,3\} \triangle \{3,4,5\})$ $\quad$ $(c)\ \mathcal{P}(\{1,2,3\}) \triangle \mathcal{P}(\{3,4,5\})$

Frage 2 (3 Punkte)**.** Schreiben Sie die folgenden komplexen Zahlen in der Form $a + bi$ mit $a, b \in \mathbb{R}$. Einzig die Antwort zählt.

$$(a)\ \frac{1}{3+5i} \qquad (b)\ (1+i)^6 \qquad (c)\ \frac{1+4i}{3+5i}$$

Frage 3 (3 Punkte)**.** Definieren Sie, was ein *angeordneter Körper* ist. Sie dürfen dabei die Begriffe *Körper* und *Ordnungsrelation* als bekannt voraussetzen.

Frage 4 (4 Punkte)**.** Sei $I \subseteq \mathbb{R}$ ein Intervall. Definieren Sie *Stetigkeit* und *gleichmässige Stetigkeit* für reellwertige Funktionen auf I.

Aufgabe 1 (8 Punkte)**.** Sei X eine endliche Menge, und sei $f : X \longrightarrow X$ eine Bijektion. Für eine ganze Zahl $n \geq 1$ bezeichne $f^{\circ n}$ die n-fache Iteration der Funktion f, also $f^{\circ 1} = f$, $f^{\circ 2} = f \circ f$, $f^{\circ 3} = f \circ f \circ f$ et cetera. Beweisen Sie folgende Aussage:

Es gibt eine ganze Zahl $N \geq 1$ mit der Eigenschaft $f^{\circ N} = \mathrm{id}_X$.

Aufgabe 2 (8 Punkte)**.** Sei $I \subseteq \mathbb{R}$ ein Intervall und $f : I \longrightarrow \mathbb{R}$ eine stetige, injektive Abbildung. Zeigen Sie, dass f streng monoton ist.